

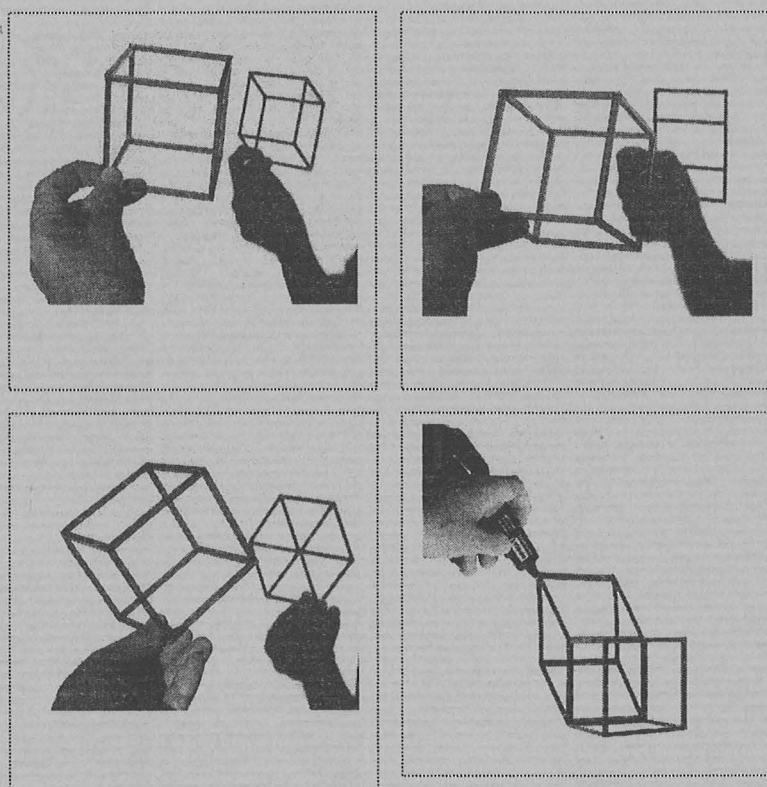
LECCIONES DE DIBUJO (V)

LA AXONOMETRÍA

CONCEPTO Y PRÁCTICA EN EL DIBUJO DE ARQUITECTURA

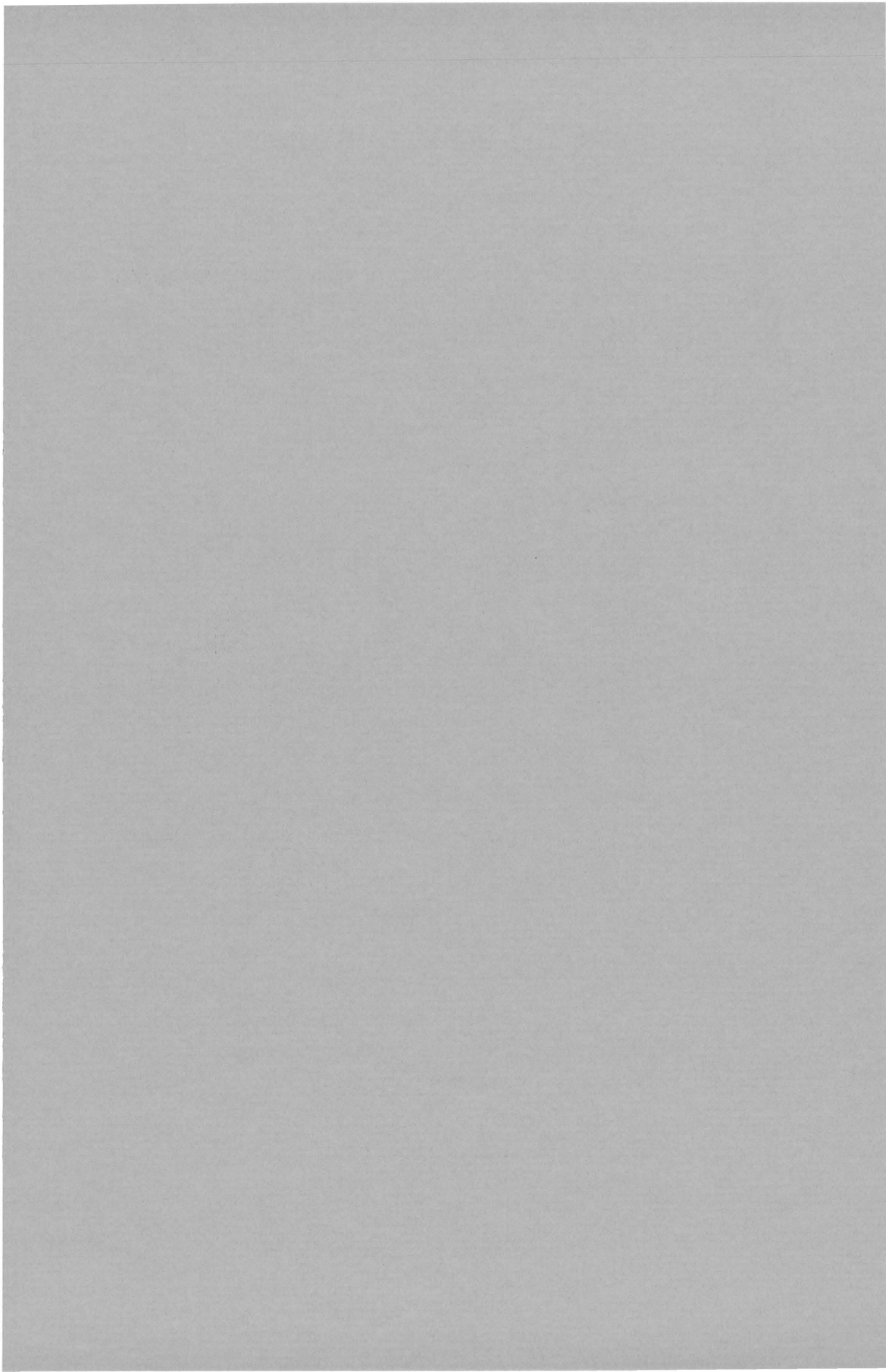
Por

JAVIER GIRÓN



CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

5-65-01



LECCIONES DE DIBUJO (V)

LA AXONOMETRÍA

CONCEPTO Y PRÁCTICA EN EL DIBUJO DE ARQUITECTURA

Por

JAVIER GIRÓN

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

5-65-01

**CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA**

NUMERACIÓN

- 5 Área
- 65 Autor
- 01 Ordinal de cuaderno (del autor)

ÁREAS

- 0 VARIOS
- 1 ESTRUCTURAS
- 2 CONSTRUCCIÓN
- 3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
- 4 TEORÍA
- 5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
- 6 PROYECTOS
- 7 URBANISMO
- 8 RESTAURACIÓN

Lecciones de dibujo (V):

LA AXONOMETRÍA

© 2005 Javier Girón

Instituto Juan de Herrera.

Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.

Composición y maquetación: Nadezhda Vasileva Nicheva

CUADERNO 196.01/ 5-65-01

ISBN: 84-9728-172-1 (volumén V, 1ª edición)

ISBN: 84-9728-173-X (obra completa)

Depósito Legal: M-33753-2005

LECCIONES DE DIBUJO: LA AXONOMETRÍA

Concepto y práctica en el dibujo de arquitectura

INTRODUCCIÓN.... p. 4

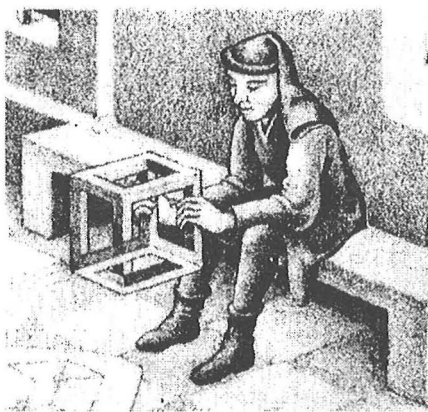
PARTE TEÓRICA.....I. La axonometría como concepto geométrico: Una visión desde la analogía con la
sombra.....p. 6
II. El uso arquitectónico de la axonometría..... p. 23

PARTE PRÁCTICA.....I. Resolución de problemas habituales desde la analogía con la sombra.....p. 32
II. Criterios para la elección de una axonometría. La egipcia y otros casosp. 41

Agradecimientos del autor: he intentado que este cuaderno docente se adapte lo mejor posible a las necesidades del estudiante de primeros cursos. Para ello ha sido de gran ayuda la lectura y comentarios de Isabel Collado, joven arquitecto de reciente promoción. Las correcciones de estilo de Yolanda Erburu han sido decisivas para mejorar la legibilidad al texto.

**Cuando estoy al pie de un edificio no lo veo en
perspectiva, sino en axonometría**

Alberto Sartoris



A lo largo de tu formación has estudiado la proyección axonométrica, probablemente sólo desde su fundamento geométrico. En este cuadernillo lo que pretendemos es examinar contigo *qué ocurre cuando aplicamos este sistema de representación a la arquitectura*.

El uso en arquitectura: teoría y práctica

Deberíamos por tanto tratar de algunas cuestiones básicas que la geometría no puede responder como: ¿cuándo conviene hacer una axonometría? ¿es preferible a hacer una maqueta? ¿es mejor que una perspectiva para lo que quiero contar?

Y de todas las variantes que ya conozco (militar, caballera, etc.) ¿en qué ocasión conviene usar unas u otras?

Como en otros cuadernillos, nos ocuparemos de ello desde dos niveles, uno más conceptual y teórico, y otro práctico. *En el teórico* verás que el uso de la axonometría en arquitectura ha estado ligado en la historia a determinadas convicciones estéticas y, hasta en cierto modo me atrevo a decir, filosóficas. Lo que nos sugiere que tal vez hoy mismo haya razones de este tipo para usarla o desecharla. *En la parte práctica* discutiremos los usos concretos de cada una de ellas (y la influencia de aspectos “perceptivos” y de “comunicación” de los que tampoco se ocupa la geometría).

Los fundamentos geométricos: teoría y práctica

Podríamos limitarnos a esto y fiar los aspectos de construcción geométrica a los conocimientos que ya tenéis. Sin embargo la experiencia nos dice que no es del todo prudente. Podemos hacer una relación de las

-Hay dudas sobre la nomenclatura (¿qué es una caballera, ¿qué es una militar?, etc.)

-Hay dudas sobre la aplicación de los coeficientes de reducción. ¿Cuándo se aplican? ¿son fijos o son arbitrarios?

-No se está muy seguro sobre las distorsiones de ciertas figuras. Por ejemplo, ¿cómo se representa una columna cilíndrica, una ventana circular; o una cúpula?

-Problemas con la construcción de ciertas axonométricas, como la egipcia o la axonométrica desde abajo.

Ciertamente estas dudas están resueltas en la teoría que habéis estudiado en Geometría, pero tal vez no la habéis asimilado del todo. Es perfectamente comprensible. Cuando uno comienza en una disciplina es difícil tener una visión de conjunto y “desde arriba”, por mucho que intenten dártela: sabemos hacer algunas cosas, pero nos falta la capacidad de “generalizar” y “deducir”, de resolver una situación nueva que antes no se había dado. Nos falta lo que nos da la teoría.

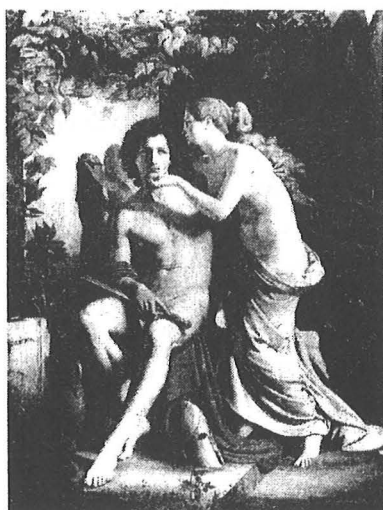
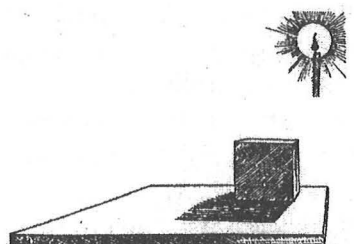
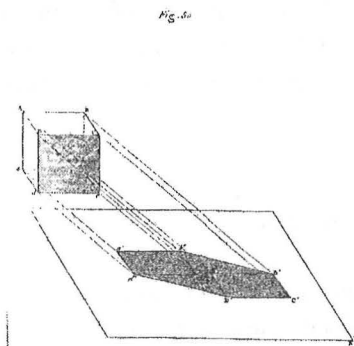
Como el proceso de aprendizaje tiene en cierto modo la forma de espiral, *probaremos de nuevo a “teorizar” sobre la axonometría desde un enfoque particular: una axonometría de un objeto es una sombra transparente de dicho objeto puesto bajo el sol.*

Como esto tal vez te extrañe, podrás ver *una parte teórica* en la que se muestra cómo esta idea ha desempeñado un gran papel en la formación del concepto de proyección axonométrica.

Si lo que quieres es ver como esta teoría se aplica a la resolución de estas dudas puedes ir, como siempre, directamente a la *parte práctica*.

LA AXONOMETRÍA COMO CONCEPTO GEOMÉTRICO

Su construcción histórica: una visión desde su analogía con la sombra.



Las dudas e incertidumbres sobre construcción, coeficientes de reducción, etc. que tal vez tengas probablemente se deban en parte al hábito de bautizar las axonométricas con nombres tan distintivos, como si cada variante fuera un mundo propio con reglas y atributos independientes (y que al mismo tiempo parecen tener algo de arbitrario).

Como vamos a ver, lo que aclara todo este embrollo es la noción de que toda axonométrica es una “proyección” que tiene una relación clara y determinable con la posición de un objeto en el espacio. Una proyección que nosotros asimilaremos a una sombra transparente.

De este modo podemos afirmar algo que quizás te sorprenda: *cuando paseas a la luz del día, te rodean por todas partes sombras axonométricas; (arriba) por la noche, cuando enciendes una bombilla o un foco, te rodean sombras perspectivas* (como en el segundo de los dibujos, en el que se ha retocado un grabado de la mano de Dürero).

Esta idea desde luego no es nueva, y tiene una curiosa historia entrelazada con la elaboración “científica” del concepto de proyección. Como explicaremos en otro cuadernillo, los modos de dibujar objetivamente la realidad parecen haber estado guiados por la presencia de ciertas analogías (el dibujo como huella, como espejo, etc.).

Una de ellas, muy poderosa, ha sido asimilar el dibujo a una sombra delineada. Una noción que ilustra este cuadro que representa el mito originario del dibujo según Plinio- y en el que, todo sea dicho, lo que dibuja la joven... ¡es una proyección paralela o “axonométrica” del rostro de su amado!

Nosotros al pedirte que nos sigas y que aceptes que la axonometría es una suerte de sombra transparente no te estamos dando, deliberadamente, una teoría completa y afinada, pero sí algo que -teniendo un fundamento lógico (e histórico) te resultará a la vez útil. Como verás

en la parte práctica los problemas de construcción y comprensión de una axonométrica se vuelven mucho más sencillos cuando consideramos que es una sombra transparente.

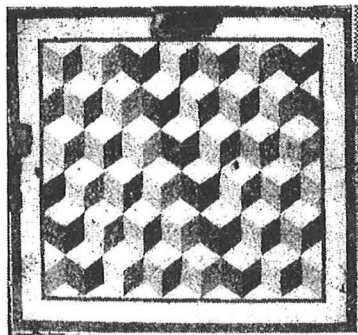
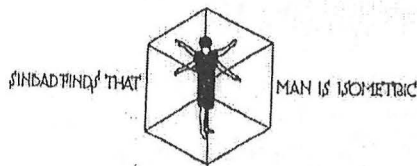
Si quieres puedes ver a continuación por qué decimos que en este planteamiento hay un fundamento histórico, y que lo que hacemos es simplemente seguir una vieja tradición .

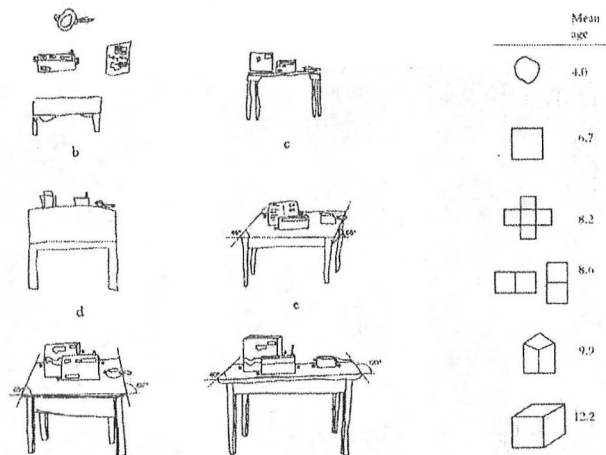
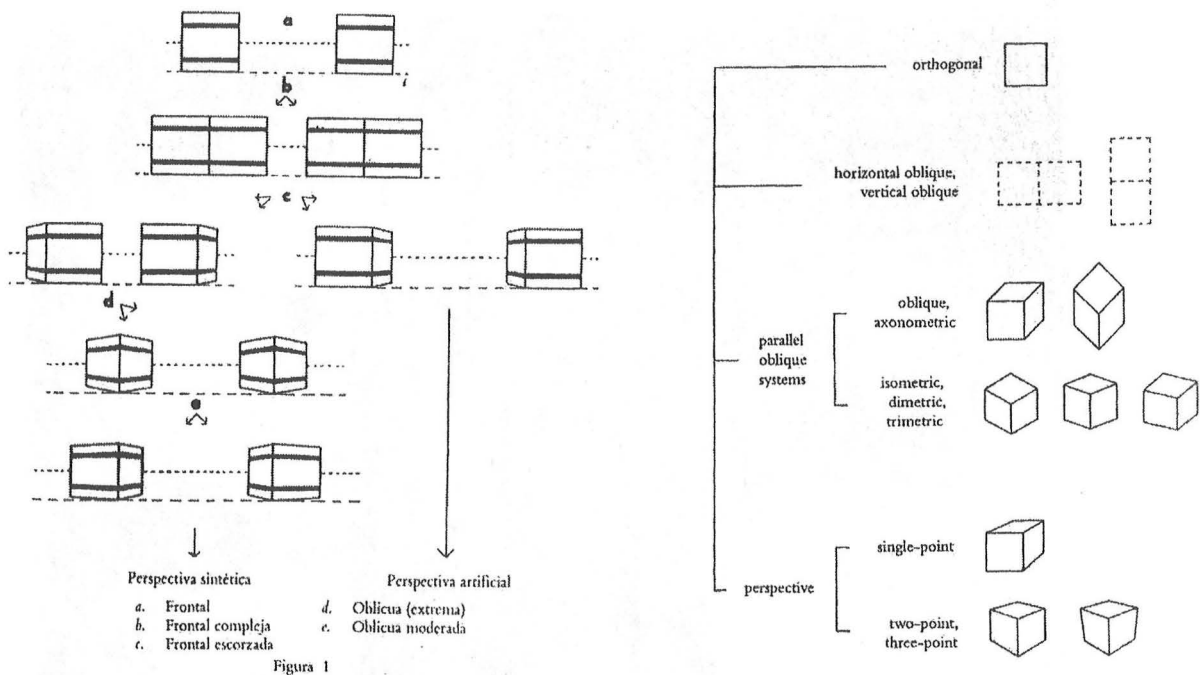
Esquema de etapas históricas

La historia de la elaboración del concepto de “axonometría” ha intrigado desde los años ochenta a distintos autores (Bois, Scolari, Reilich, etc.; y en nuestra escuela al profesor Miguel Angel Alonso quien redactó una interesante tesis sobre la axonometría no publicada aún) realmente por buenas razones. ¿No es extraño que mientras la perspectiva tiene un desarrollo teórico potente desde el primer Renacimiento, la axonometría no se consolide en ese sentido hasta el XIX? Cuestión sorprendente si pensamos- desde nuestra posición actual- lo “fácil” que es, frente a la enrevesada perspectiva. ¿Por qué tenía tan poco prestigio? Y siendo cómoda y rápida, ¿por qué no la usaron más intensivamente los arquitectos?

Al deseo de resolver estas perplejidades se añadía la necesidad de establecer que distingue a una axonometría de “verdad” de una que simplemente lo aparenta. Por ejemplo, si lo es este dibujo del arquitecto Claude Fayette Bragdon (1932) ¿ ...lo sería este mosaico romano? ¿lo son las perspectivas paralelas de la pintura oriental? (una cuestión que dejo aquí y que intentaré contestar un poco más adelante)

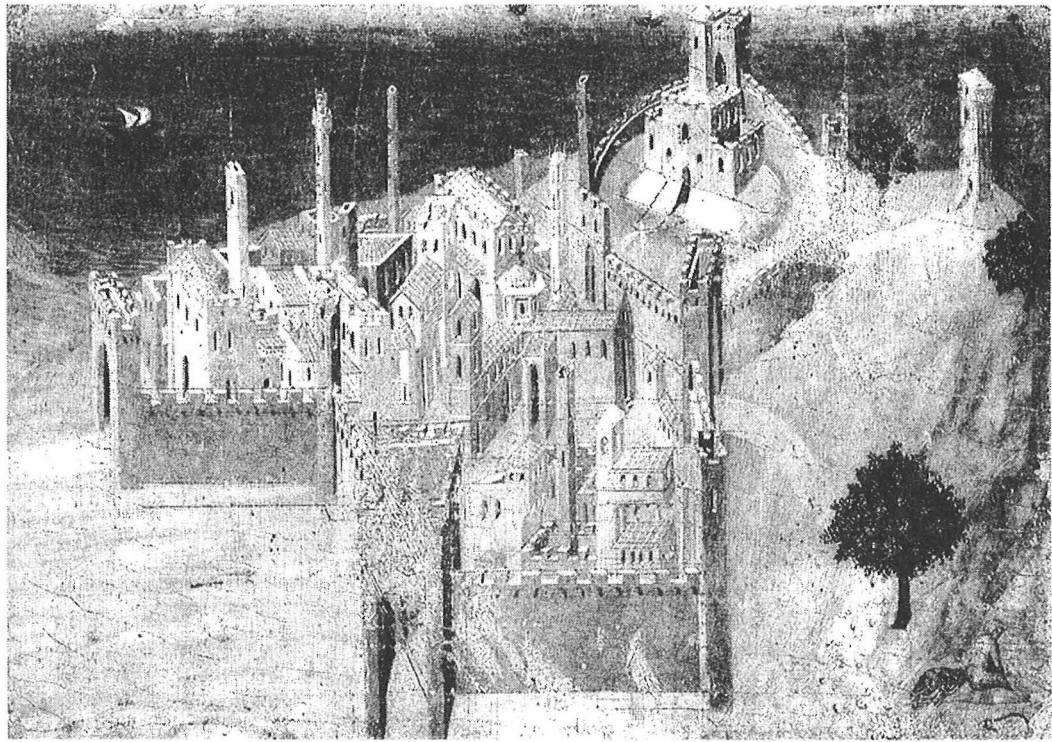
Hoy gracias a ellos tenemos una idea más clara de cómo se fue formando (si quieres ampliar tus conocimientos puedes consultar la bibliografía)





La representación en volumen como condición previa que no siempre se da. No todas las culturas gráficas llegan a una forma de representación en que se muestren las tres caras de un volumen, un primer requisito para poder acceder a la idea de axonometría. El esquema de la izquierda de John White (*Nacimiento y renacimiento del espacio pictórico*) nos recuerda que el arte egipcio y el arte primitivo de Oriente Medio han sugerido la idea de corporeidad tridimensional limitándose a variaciones de una representación de dos caras. Abajo, un icono griego que pertenece a este tipo de representación

John Willats (*Art and representation*) considera que el cuadro superior derecha sirve para clasificar las distintas culturas gráficas. La occidental habría utilizado y recorrido todas las posibilidades, y creado por tanto las condiciones para construir en su momento el concepto de axonometría. Las etapas del dibujo infantil en nuestra cultura siguen también a su manera todo el esquema. En el centro dibujos de una mesa de niños de distintas edades; a la derecha un cubo dibujado por niños de las edades señaladas (estudio 1992)



Los inicios de una representación tridimensional en nuestra cultura. En el primer Renacimiento puedes encontrar abundantes ejemplos de dibujos en los que los volúmenes si presentan más de dos caras y que -por el paralelismo de las líneas que van en profundidad-, tienen cierta apariencia de axonometría. Pero la mayoría de las veces el espacio no es coherente. Arriba, vista de un ciudad de Ambroggio Lorenzetti. Abajo, fresco de Tomasso da Modena (1352) en el que incluso la "caja espacial" en la que trabaja cada monje es un espacio imposible en la realidad, extraña amalgama de una vista desde arriba y por la izquierda con otra desde abajo y por la derecha. A su derecha, dibujo de un manuscrito en el que la iglesia en construcción se asemeja circunstancialmente a lo que hoy llamamos militar.

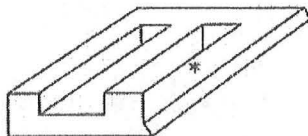
Lo que aquí te proponemos es hacer un breve repaso histórico en el que encontrarás pocos nombres o fechas. Lo que nos interesa más es desarrollar un enfoque que tiene un matiz original: hacer una biografía de la axonometría recorriendo las metáforas y analogías que la han permitido llegar a constituirse en sistema, y sobre todo, la que la relaciona con la sombra. Desde este punto de vista consideraremos tres grandes fases:

-Hay una larga e intercultural etapa “preproyectiva”, en la que el dibujo volumétrico se construye con recetas de las que brota casualmente una imagen parecida a lo que vemos.

-Otra etapa “proyectiva empírica”, en la que rigen las analogías con la perspectiva (con el espectador muy distante) y con las sombras producidas por el sol

-Y una última fase en la que se define rigurosamente como proyección, pero en la que ocasionalmente sigue actuando como guía la metáfora de la sombra.

Cuando la axonometría no era una proyección

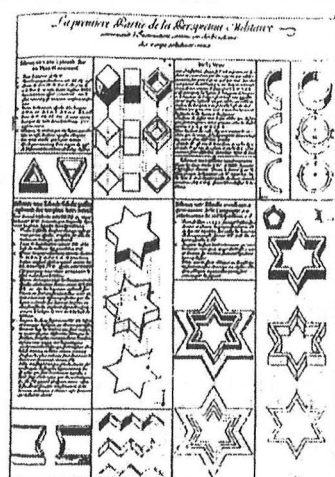
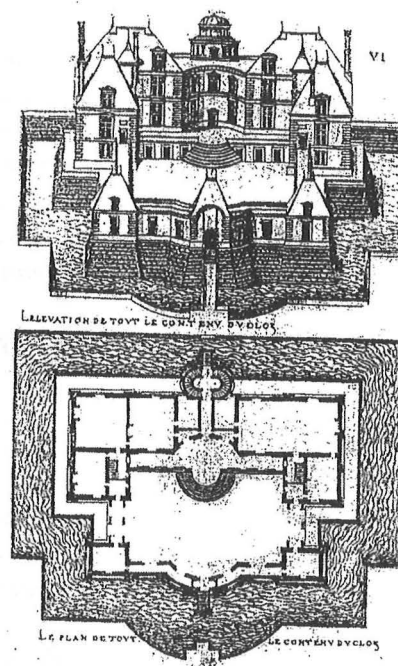
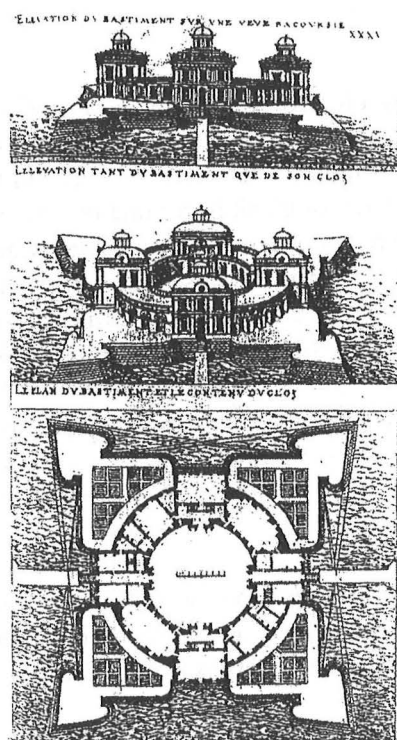


a

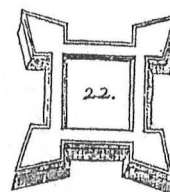
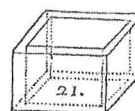


Dibujos volumétricos, en los que con líneas más o menos paralelas se sugiere la profundidad han existido en muy distintos lugares, culturas y momentos históricos (suele apelarse a ejemplos de la Grecia clásica o del extremo oriente). Si es necesario, siendo aún más hospitalarios, podríamos acoger también una buena parte de los dibujos infantiles que ahora mismo se están haciendo en nuestras escuelas.

Pero estas representaciones no son “proyección de nada” ni, en rigor, verdaderas axonometrías. Pueden tener un fuerte carácter empírico, sin que haya aparentemente un principio constante y regular de construcción general (por ejemplo, no podríamos deducir la planta de la ciudad representada en la lámina); cada objeto puede tener su propia forma de constituirse como volumen. Como ves hay veces incluso en las que encontramos “dibujos imposibles” como el de los monjes en sus celdas; (y que nos recuerdan a paradojas ópticas como la de el dibujo de la izquierda) Aquí prevalece la necesidad de narrar sobre la de mostrar una escena visualmente creíble.



T. LUDERS, MATHEMATICAL TREATISE, PARIS 1680



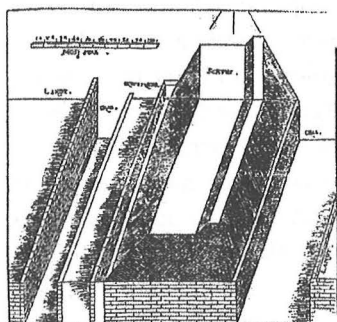
Pasos en la dirección de una axonometría empírica. A lo largo del XVI-XVII se fueron definiendo distintas formas de axonometría empírica (y adquiriendo denominaciones como militar, caballera, etc. que delatan su uso castrense y que aun hoy manejamos). A menudo se da una regla para llevar medidas a partir de una planta o un alzado sin que esto suponga una teoría que vincule dibujo con su objeto y convierta el procedimiento en sistema de representación.

El carácter empírico hace que dibujos que se consideran precursores como los de arriba (Du Cerceau, 1582) estén plagados de contradicciones. Abajo ejemplos de su implantación y estudio en el ámbito militar (...) y Pierre Ango, *Pratique générale des Fortifications* (1679).

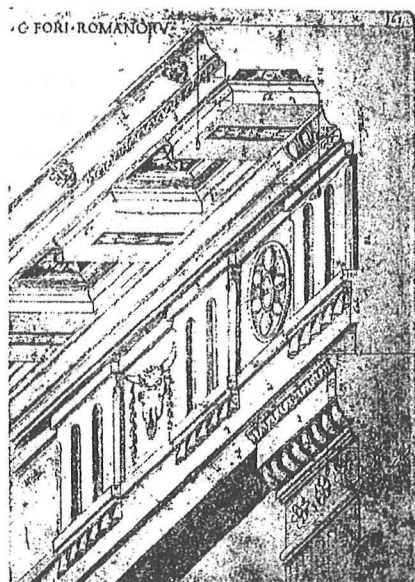
No está de más recordar que axonometría quiere decir “medida en los ejes”, si esta operación no es posible, entonces no hay tal. Seguro que si dijéramos a uno de estos dibujantes que lo que hace es una proyección axonométrica no entendería nada, y nos replicaría con frases y términos mucho más fieles a sus pretensiones.

Las visiones empíricas del Renacimiento

Circunscribiéndonos al Renacimiento podemos distinguir en los dibujos volumétricos preproyectivos aquello que son “alométricos” -en los que las medidas se alteran un tanto arbitrariamente- y los “métricos” -en los que parece haber un cierto método en la traslación de medidas en un documento-.



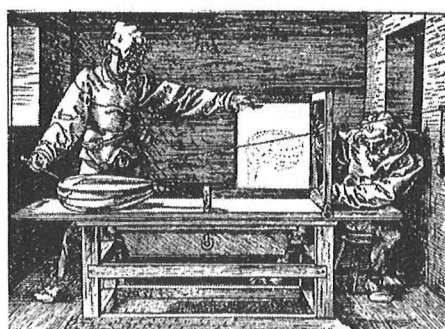
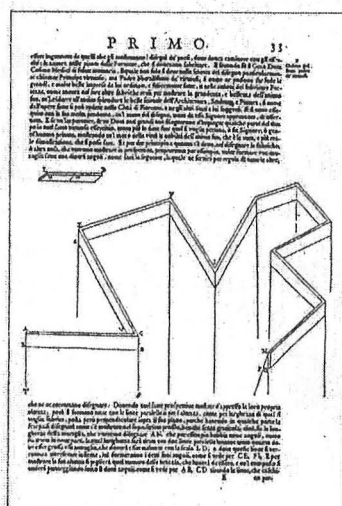
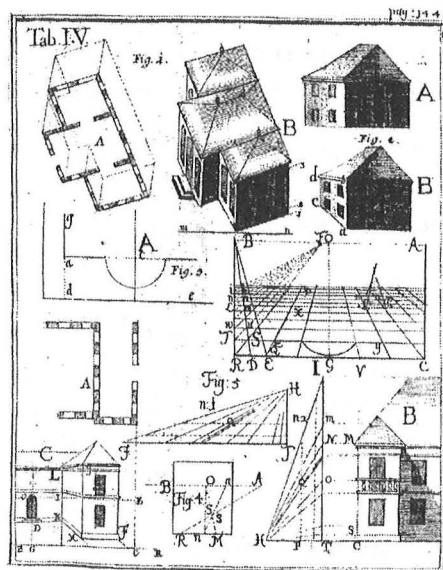
Entre los autores de dibujos tridimensionales “alométricos” podemos citar a Du Cerceau. Sus dibujos, mirados con calma, son mucho más extraños y menos “axonométricos” de lo que se suele suponer, no hay en verdad un proceder sistemático en la manera de llevar las dimensiones. Significativamente el los denomina “elevaciones” y distingue varios tipos (véase lámina)



Sin embargo en otros autores renacentistas se aprecia el uso de una regla estable para trasladar medidas -y con ello la aparición también de una escala gráfica de acompañamiento!- utilizando algunas opciones básicas: desde la planta se levantan alturas, o bien, desde un paramento vertical se llevan hacia atrás las profundidades (como en este dibujo de la escuela de Palladio) Aquí ya están en embrión los dos tipos, caballera y militar, que tanto nos confunden y que en los escritos de esa época ya se mezclan.

Esta aproximación más rigurosa no supone un avance hacia algo “mejor”, sino un cambio de propósito. Pasamos de un dibujo que *evoca* el objeto a otro que *describe sus medidas* pese a que se probablemente se reconozca peor, asumiendo ese coste; un nuevo rumbo que se debe a transformaciones culturales de calado.

Pero todas estas variedades de dibujos “métricos” serán todavía entidades separadas, sin conexión teórica, en tanto que no se está imaginando realizar una proyección, o cualquier otro proceso compartido que los relacione entre si y con el objeto real.

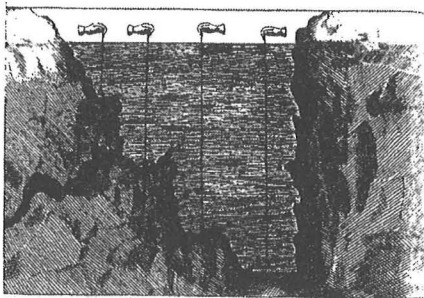
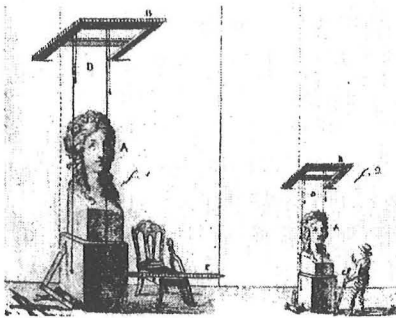


Concedámoslo, hay una cierta magia en el hecho de que una serie de operaciones de dibujo den lugar a algo que se parece a lo que vemos, sin que en ningún momento hayamos pensado algún procedimiento para capturar el objeto de la realidad y trasladarla al papel por (o que remede la visión).

Así se comprende el escaso prestigio de la “preaxonometría” frente a la perspectiva y que constatamos aún en textos del XVIII como el de Rieger (1756) donde con desdén y desgana se explica como hacerla, (arriba a la izquierda en el dibujo) para inmediatamente sumergirse con fruición en la verdadera perspectiva. Para el ésta si que describe “científicamente” una manera de pasar del objeto al papel. La Perspectiva realmente se apodera de las dimensiones tridimensionales y sabe plasmarlas en dimensiones planas con una ley de transformación que además emula lo que la Naturaleza (o la divinidad) ha provisto para que la realidad se “pinte” en el ojo. Si la perspectiva, es una verdadera transcripción de la realidad, la axonometría, es sólo un dibujo que “casualmente” se le parece.

¿Acabamos de decir que la estas “axonometrías” no se relacionan establemente con la realidad que representan?... esto no es del todo cierto. Entre estos primeros dibujos “métricos” se da una circunstancia curiosa. Nosotros estamos hoy acostumbrados a tomar las alturas desde el nivel de suelo, pero entonces había quien proponía hacer las cosas justamente a la inversa: bajar las alturas desde la última planta. Hay un detalle en algunos de estos dibujos que explicaría esta manera de proceder: unos cables con plomadas. Los vemos en el tratado de Buonaiuto Lorini (1597), y también en las vistas desde abajo del Codex Coner que acabamos de dejar atrás (c. 1515).

Esto es más común de lo que parece. Recordemos ahora un conocido dibujo de Durero donde la perspectiva se reduce a un mecanismo de toma de datos con un cable que da corporeidad los rayos visuales y del que pende una plomada. En el mundo de la escultura, ya Alberti había sugerido un sistema de copia que se basaba también en el uso del mismo instrumento, y que se generalizaría en lo sucesivo. A finales del XVII la toma de datos con plomadas de fondos marinos en las costas



de los Países Bajos daría lugar a la primera representación objetiva de las curvas de nivel. (Desde luego, la idea de “proyectar” en un plano, de “dibujar” con plumadas, aparecería con toda naturalidad a los arquitectos e ingenieros -acostumbrados a su uso en la construcción y en la toma de datos- y a los marinos, que se valían de ella para medir los fondos y evitar encallar)

¿Qué indica esta insistencia en el uso de plumadas y cables para obtener dibujos? Muy probablemente se está buscando encontrar métodos objetivos (que además podrían llevar a derivar en máquinas que dibujen). Por tanto si podríamos decir que, a su modo, algunas “axonometrías” mantienen, como la perspectiva, una relación determinable con el objeto que dibujan. Además, esos cables se terminan convirtiendo en rayas sobre un papel, y así en ... un grafismo compartido.

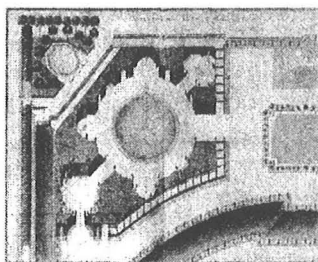
Pero esta relación con el objeto no es elevada, ni vale para todas las variantes -las “axonometrías” que conservan el alzado o la sección no se relacionan con el objeto que representan ni con plumadas ni con ninguna otra cosa-, ni es la misma que la que mantiene la perspectiva: los cables que rodean un objeto y pueden “dibujarlo” unas veces representan rayos visuales, y otras veces simplemente la acción de la gravedad.

Para llegar a ver que todas estas formas de dibujar son sólo modos de una misma forma de transcribir la realidad es necesario que esos cables (o las líneas que son su versión abstracta) se entiendan como materialización de una única operación en el mudo real. Será aquí donde entren en juego nuevas analogías: los cables-líneas *pueden representar rayos visuales o bien rayos luminosos*, dos analogías decisivas para llegar a construir posteriormente el concepto de proyección.

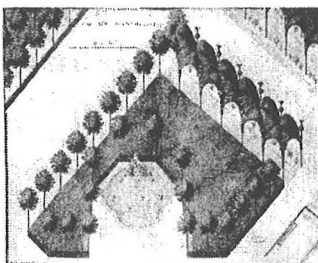
La fase proyectiva empírica: La asimilación a una perspectiva desde un lugar muy remoto.

Como acabamos de ver, sólo cambiando de enfoque se pudo pensar que esas “preaxonométricas”, eran a su modo también “perspectivas”.

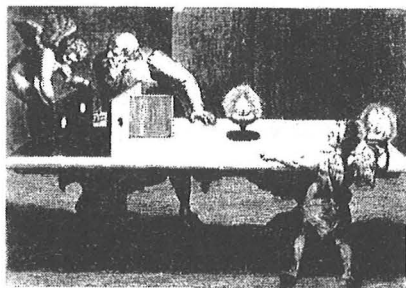
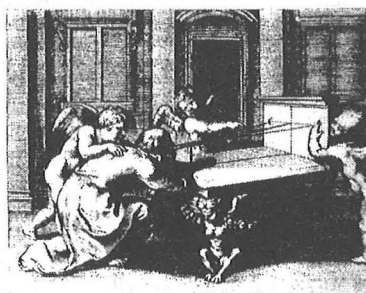
Una solución era imaginar que, como en la perspectiva, hubiera un espectador, un ojo que “viera” el dibujo desde un lugar preciso, cosa nada fácil porque lo que



113. Plan des Apparements Vrais, 1649.



114. Dessin d'Apparements, 1711.



infinito es mucho menos persuasiva. Pero...¿No habría quien apreciara ya, tal vez el propio Le Nôtre, que dibujos tan distintos son en realidad dos vistas en las que el infinito tiene algo que ver?

La asimilación a la sombra de un foco luminoso: un paso hacia una proyección mecánica unificadora

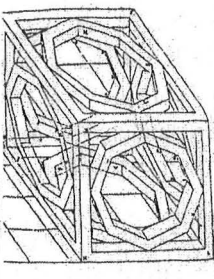
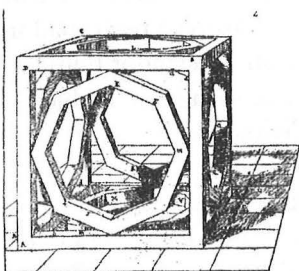
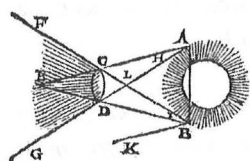
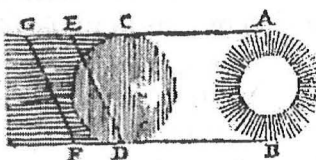
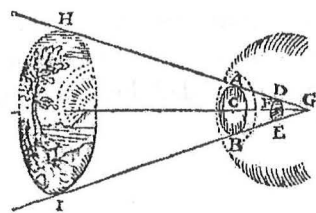
En esta misma etapa (XVI-XVII) se fue desarrollando otra analogía: los cables-líneas podían ser rayos luminosos, y los dibujos resultantes “sombras transparentes”. Una concepción que a primera vista puede parecer que no cambia mucho las cosas, pero que tiene dos matices importantes.

Uno práctico: ahora *podemos ingeniar maquetas y modelos iluminados por el solo o por bujías que construyan los dibujo.*

El otro matiz se refiere a las implicaciones de *la desaparición de un espectador hipotético*. Estas luminarias que “dibujan” operan del todo ajenas a nuestra posición y a nuestra modalidad de percepción. Con ello se eludían los problemas psicológicos y metafísicos perturbadores inherentes a la idea de que un espectador humano le disputase su sitio en el infinito –lugar probablemente bastante incómodo- a la divinidad.

¿Es éste un cambio de entendimiento que delata algo más profundo, el síntoma visible de un cambio cultural?. Un autor que te recomiendo en la bibliografía anexa Alberto Pérez-Gómez, lo entiende así, y hace la historia de lo que sería la “descorporeización” del observador en el dibujo occidental (desde mi punto de vista, este fenómeno se da ya desde el primer Renacimiento, con la invención de máquinas de dibujo –como la de Durero-, y el uso mismo de metáforas de transcripción como la huella o el espejo que sugieren un mecanismo)

Veamos como fue ganando terreno la metáfora del dibujo como sombra desde aquel relato mítico de Plinio del que hablábamos al principio. La perspectiva desde sus primeras formulaciones renacentistas era consciente de la similitud entre su trazado y las sombras producidas con un foco cercano, una vela o bujía. Estas tardías ilustraciones de P.P. Rubens para el tratado de Aguilon (1613) ejemplifican este paralelismo.



La "luz que dibuja" conquista en el barroco un nuevo territorio cuando reemplaza otras veteranas analogías mecánicas como la vitruviana (donde la planta es una huella que deja el edificio al presionar sobre el suelo o "ichnografía"). Esto es lo que Villapando hará (1604) cuando alcance a ver la planta como una "sombra" delineada por los rayos del sol (los esquemas que ves aquí pertenecen a sus demostraciones)

Así pues, a comienzos del XVII podían pensarse en clave de sombra dos de los actuales sistemas de representación ¿Y lo que hoy conocemos por axonometría? Accolti en un tratado de (1625, dibujos de un cubo con octógonos en las caras) se queda a las puertas de ver que la axonometría es una sombra dibujada por rayos paralelos. El autor buscaba un método para hallar correctamente las sombras de los cuerpos para luego ponerlas en perspectiva. Y en su argumentación desliza ideas y dibujos muy llamativos. Se coloca imaginariamente en la posición del sol y "mira" desde allí este extraño cuerpo del que va a dibujar la sombra (y descubre agudamente ¡que el sol jamás podría ver las sombras que arroja!)

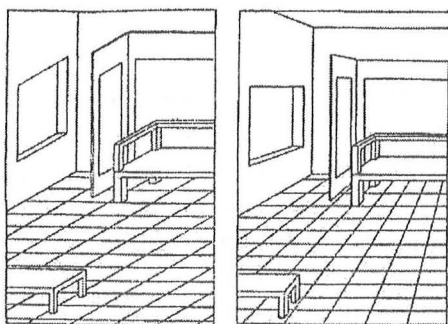
Qué situación tan interesante..., el ojo ya no sólo se identifica con una bujía sino con el sol. Falta un pequeño paso para decir que así como la bujía-ojo "dibuja" una perspectiva, el sol-ojo dibuja con sus rayos paralelos una axonometría. Accolti se acerca tanto como para dibujar la "sombra transparente" del cuerpo, un dibujo que hoy sin dificultad reconoceríamos como una axonometría.

Pero, aunque Accolti no llega a dar el paso definitivo, a mediados del XVII se está cada vez más cerca de ver que todos los que hoy llamamos "sistemas de representación" eran, simplemente, sombras transparentes de una u otra clase (concepción desde la cual a su vez se podría más fácilmente llegar a la idea de proyección). Una primera unificación teórica se perfila en el horizonte

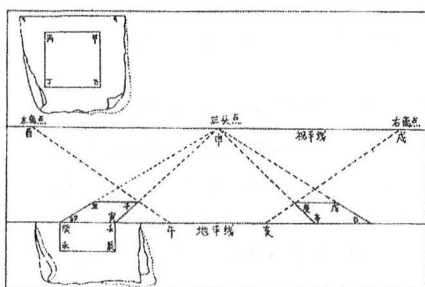
La singularidad de la axonometría oriental

Ahora podemos abordar mejor un problema que habíamos dejado a un lado al principio. ¿Son axonometrías los dibujos que encontramos en una misma época en civilizaciones orientales

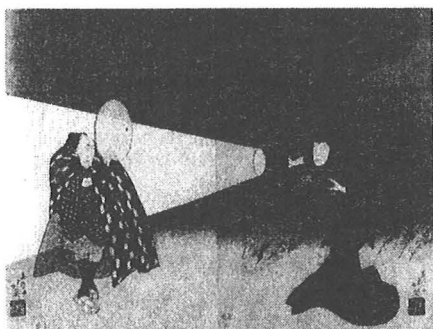
tecnológicamente avanzadas como la China y la japonesa?



Como en su día expuso brillantemente Joseph Needham, experto en historia de la tecnología china, un rasgo esencial de esta cultura es la falta de una perspectiva parangonable a la occidental (ellos sólo empezaron a conocerla cuando los jesuitas emprendieron la traducción de tratados (como el de Pozzo (1693) que ves en el dibujo adjunto) desarrollando a cambio una forma de representación que recordaría (¡y anticiparía!) nuestra axonometría. ¿Pero es su axonometría realmente una proyección o simplemente es una forma empírica de definir el volumen?



La realidad es que muchos dibujos chinos se toman libertades en el dibujo de sus escenas (en las que se incrustan incluso “momentos en perspectiva”) que hacen pensar que no existe una idea proyectiva que rija uniformemente el espacio pictórico.



La ausencia del concepto de proyección puede deberse a diversos factores, pero aquí me gustaría subrayar un hecho que me parece haber sido trascendental: estas culturas *nunca* representan las sombras. Y si no se ha prestado atención a ellas, es mucho más difícil llegar a la idea de proyección. La enorme fuerza de esta prohibición –que tiene que ver con la idea de que la sombra es una entidad fantasmal, transitoria y accidental que no merece ser reproducida- puede apreciarse cuando comparamos el dibujo que un oriental y un occidental trazan de un tema similar: una persona iluminada por un foco. En el dibujo oriental (del artista Hokuei, fallecido en 1836), la potente luz no arroja ninguna sombra, mientras que en este dibujo occidental sí... y precisamente para contarnos de nuevo el origen mítico de nuestra forma de dibujar según Plinio. No deja de ser curioso que lo que oriente representa, sin saberlo, es lo que, según Accolti, ve el sol: un mundo sin sombras.

Como argumentaré en otra lección, hay algo de profundamente occidental y extraordinario en que nos haya preocupado tanto la representación de la luz y la sombra, por razones tan complejas como el realismo grecorromano, el misticismo cristiano de la luz y tantas otras. El destino (o los dioses, que diría Plinio) puso en

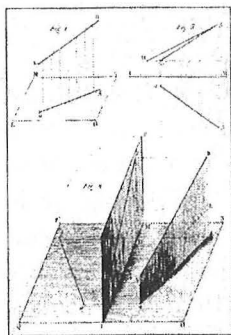
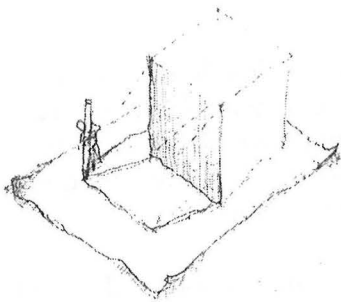
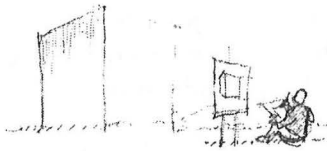
nuestras manos una idea que nos ha llevado a concebir el dibujo como proyección.

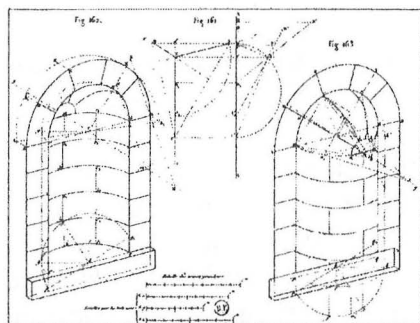
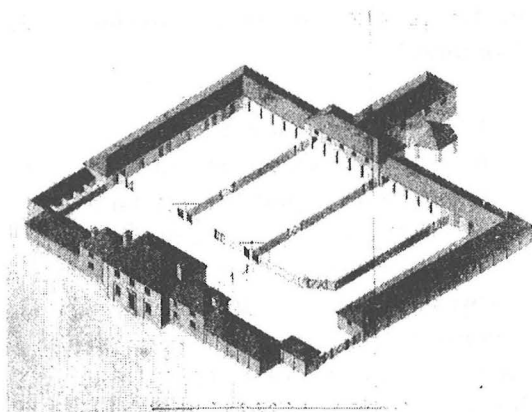
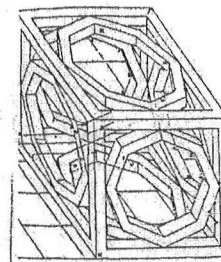
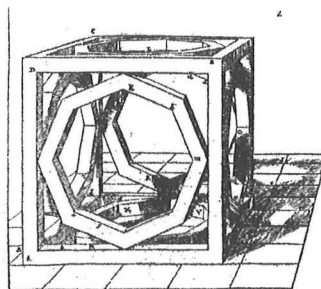
La síntesis del XIX

Volvamos a ver el desarrollo de la axonometría en nuestra cultura. A partir de la intuición de Accolti se podría haber imaginado otras “sombras” diferentes a las introducidas por la práctica, otras posiciones novedosas del cubo en el espacio y bajo el sol que no fuese sobre un tablero, sino suspendido en el espacio. Pero tal vez esta suma de procedimiento empírico que podían generar variantes axonométricas... no habría bastado nunca para llegar a una teoría completa. Además, a finales del XVIII, la construcción teórica de la axonometría se encuentra con nuevas exigencias.

Gaspar Monge, funda en 1800 la Geometría Descriptiva. Una de las cosas que diferencia a esta nueva disciplina de todo lo que hemos visto hasta ahora es que los estudios anteriores se habían preocupado sobre todo de la *representación*, de “cómo captar” y plasmar en el papel la realidad tridimensional. Ahora se pretende reversiblemente, siguiendo el camino inverso, que lo dibujado en dos dimensiones defina por completo un objeto. El dibujo alcanza ahora una dimensión *plenamente técnica*.

Este plan no era una mera especulación, un entretenimiento de geómetra (o una forma de torturar con exámenes muy difíciles a los estudiantes de los politécnicos), sino que satisfacía una nueva visión de la producción artesanal e industrial que rompía con lo hábitos del pasado en multitud de frentes: había que acabar con los “dialectos” gráficos gremiales de canteros, carpinteros, etc. (y sus imperfecciones) y crear un lenguaje universal (como lo era el sistema métrico decimal que en ese momento se impone) que multiplicase exponencialmente la capacidad tecnológica del país. Por eso durante un tiempo fue... secreto militar!



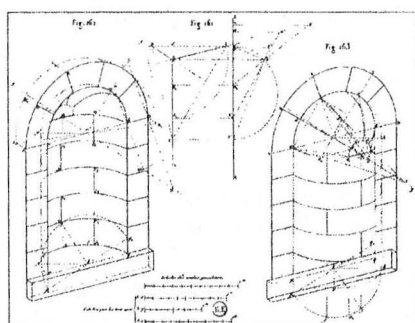
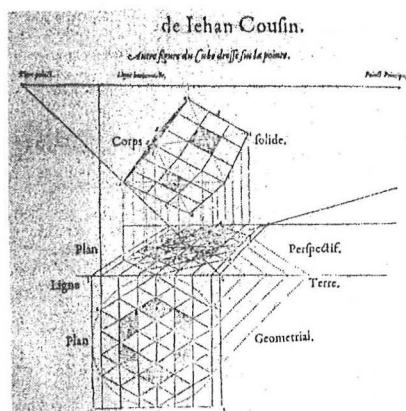
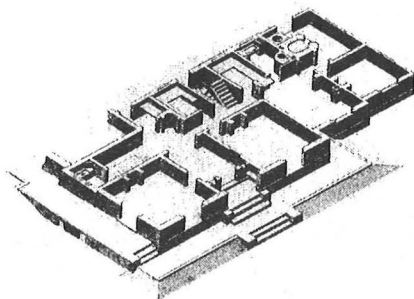


| PERSPECTIVE FÜR ARCHITECTEN G. Schoorwächer Ed.: Hatje, 1964 | ZEICHENLEHRE FÜR ARCHITECTEN, BAU- U. DESIGNER C. Coulin Ed.: J. Hoffmann, 1966 | BAUZEICHNUNGEN Landscheidt / Schüler Ed.: Bauverlag, 1966 | DESSIN TECHNIQUE G. J. Reynaud Ed.: Amphora, 1966 | CODICE DI DISEGNO L. Benevolo Ed.: Laterza, 1976 |
|--|---|---|---|--|
| AXONOMETRIE | VUES ISOMETRIQUES | PERSPECTIVES PARALLÈLES | PROJECTIONS AXONOMETRIQUES | GEOMETRIE PROJECTIVE |
| perspective militaire | isométrie, perspective parallèle ou axonométrie | isométrie | projection cavalière | parallèle oblique |
| perspective cavalière | | perspective cavalière | projection isométrique | axonométrie cavalière d'ordon |
| isométrie | isométries | dimétrie | projection trimétrique | axonométrie |
| dimétrie 1:1, 1:1/2 | trimétrie 1:1, 1:1/2 | perspective auxiliaire | projection isométrique redressée | axonométrie isométrique |
| | | isométries du plan, ou perspectives militaires ou axonométries | | |

La construcción de la axonometría como sistema de proyección y su integración en la geometría descriptiva. Pasar de una axonometría empírica y casual a otra con una teoría que explicase la relación entre el objeto y su representación fue posible -entre otros factores- por la persistencia de la idea de que un dibujo podía verse como una "sombra transparente". El dibujo de las sombras de un cubo bajo el sol (Accolti) estaban muy cerca una intuición proyectiva de la axonometría.

La teoría proyectiva definitiva fue fruto del encaje de distintas aportaciones. En el mundo anglosajón se desarrolló la isometría (Joseph Jopling (1842) y en Francia la militar y caballera (J. De La Gournerie (1873) a la que se sumaban los estudios de autores alemanes.

Un origen cultural diverso que aun hoy se refleja en los programas de dibujo por ordenador (los anglosajones dan por hecho que se trabaja en isometría) y en la falta de una terminología universalmente aceptada (como se aprecia en este cuadro de axonometrías o perspectivas paralelas según diversos autores elaborado a partir de *La Perspective pas à pas* de Claude Ludi) ¡no es extraño que a veces no nos entendamos!



La pena es que, en contra de lo que a veces se cree, Monge hizo muy poco por la elaboración de la axonometría. En realidad se preocupó mucho más por definir una teoría rigurosa de sombras que, aplicadas a la representación diédrica, daban en dibujos que podían unir exactitud e ilusión de volumen.

En el ambicioso proyecto de la Geometría Descriptiva, la axonometría sólo podría encajar —y convertirse plenamente en un instrumento técnico— si se lograba una teoría que estableciese una relación biunívoca con su objeto. Para ello era necesaria una concepción de la proyección que fuese más allá de una recolección empírica de “sombras”.

Desde luego se precisaba el cálculo de ángulos y reducciones, pero sobre todo era imperioso disponer de teoremas generales. Sólo así se podría contestar a varias preguntas: ¿cuántas axonometrías hay de un objeto? ¿cómo se relacionan entre sí? ¿qué relación establecen con el objeto proyectado y cómo calcularla? Este era un trabajo más para matemáticos (fueron fundamentales las contribuciones del teorema de Pohlke (1858), o los estudios de Poncelet (1865) sobre las propiedades proyectivas de las figuras) que para arquitectos.

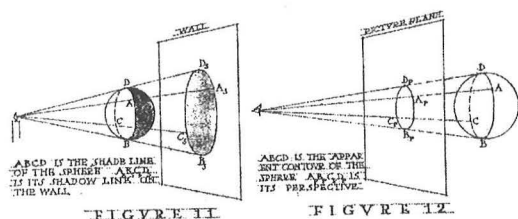
Y mientras esta teoría llegaba, se iban gestando variantes locales, piezas del puzzle teórico. En Francia se generalizaban las “caballeras”. En Inglaterra surgía la isométrica con la publicación, en 1822, de *On isometrical perspective* de Farish, a la que suma más tarde, en 1842, Joseph Jopling con *The Practice of Geometrical Perspective*. (Podría parecer que el cubo “casualmente” dibujado en isometría de I. Cousin (1560) supone una anticipación de varios siglos, pero este autor no hace un desarrollo teórico del sistema, simplemente le interesa los problemas perspectivos de un cubo en esa singular posición en el espacio).

A mediados del XIX, gracias sobre todo a la contribución de la escuela alemana y su difusión en Francia con La Gournerie (1873) entre otros, se sistematizaron comprensivamente todos los modos conocidos de caballera, isométrica, militar, egipcia, etc. en un único concepto: todo son axonometrías, en tanto que proyecciones y su diferencia no está en tal o cual nombre o tal o cual procedimiento gráfico, sino en el modo en el que el objeto se sitúa en el espacio y cómo se

proyecta. La historia de este esfuerzo teórico la puedes ampliar en la bibliografía

Así pues ahora, disfrutamos de una teoría unificada... aunque el peso de las tradiciones locales se pueden advertir incluso hoy, en plena era informática: los programas de dibujo creados en el mundo anglosajón construyen por defecto “su isometría”, contra la costumbre continental de dibujar en militar o caballera.

Volvamos al esquema histórico que nos hemos propuesto. ¿Qué fue de la idea de sombra en el XIX-XX? Incluso en esta fase hay indicios de que la imagen de la sombra sigue instalada en los hábitos mentales y disponible como una herencia. Hay evidencias soterradas en diversos autores (Pillet, el mismo Monge, y otros) que afloran y se manifiestan con claridad en otros, como en el libro de J.A. Adhémar (1874-5) *Traité des ombres: théorie des teintes, des points brillants et de la perspective cavalière* donde ya el título vincula el estudio de la sombra con el de la caballera; o el del americano H. Mcgoodwin (1904) *Architectural shades and shadows*, del que reproducimos el dibujo de la izquierda con el que quiere dejar claro la identidad del estudio de las sombras de focos luminosos con el de las perspectivas.



Conclusión:

Lo que podemos concluir de este repaso histórico es la legitimidad del procedimiento práctico: te propongo que hagamos como ellos y que manejemos la axonometría como si fuese una sombra. Con esta analogía no resuelves todos los problemas que interesan a una teoría descriptiva —ésta la necesitas si quieres una visión desde arriba, algo que te permita pasar de un sistema a otro, resolver un caso nuevo, generalizar- pero te sirve para manejarte en las situaciones que interesan comúnmente a los arquitectos.

...the ... of ...

...the ... of ...

...the ... of ...

...

...the ... of ...

EL USO ARQUITECTÓNICO DE LA AXONOMETRÍA

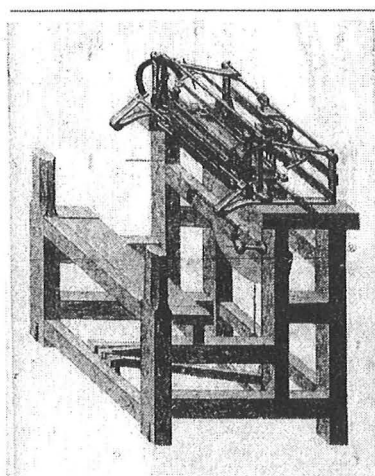
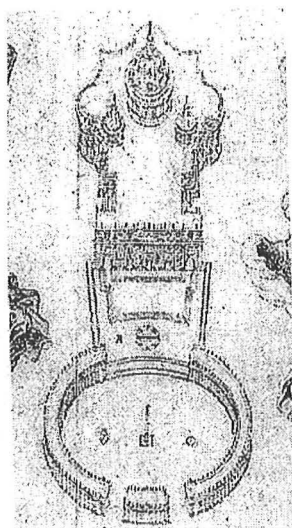
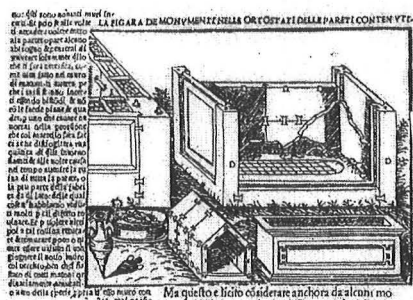
Ventajas e inconvenientes generales. Hasta aquí hemos visto lo que sería el fundamento geométrico para crear una proyección que llamamos “axonometría”. La pregunta es; bien, existe esta forma de proyección, pero ¿qué utilidad tiene para nosotros como arquitectos? ¿cuándo habría que utilizarla? Y de hacerlo, ¿cuál es la más conveniente?

Su desventaja frente a su rival, la perspectiva, es que no puede simular como ella nuestra percepción de un edificio. Otra desventaja que se puede señalar es que en la axonometría “siempre estamos fuera” del objeto, volando por encima de él (o mirándolo desde abajo) pero no podemos reproducir la experiencia de estar envueltos por una “caja espacial”.

No obstante, la axonometría nos da acceso a una visión tridimensional que es más fácil de construir que la perspectiva y que además tiene la ventaja de que podemos medir la verdadera magnitud en tres ejes

Paradojas de su uso en la historia

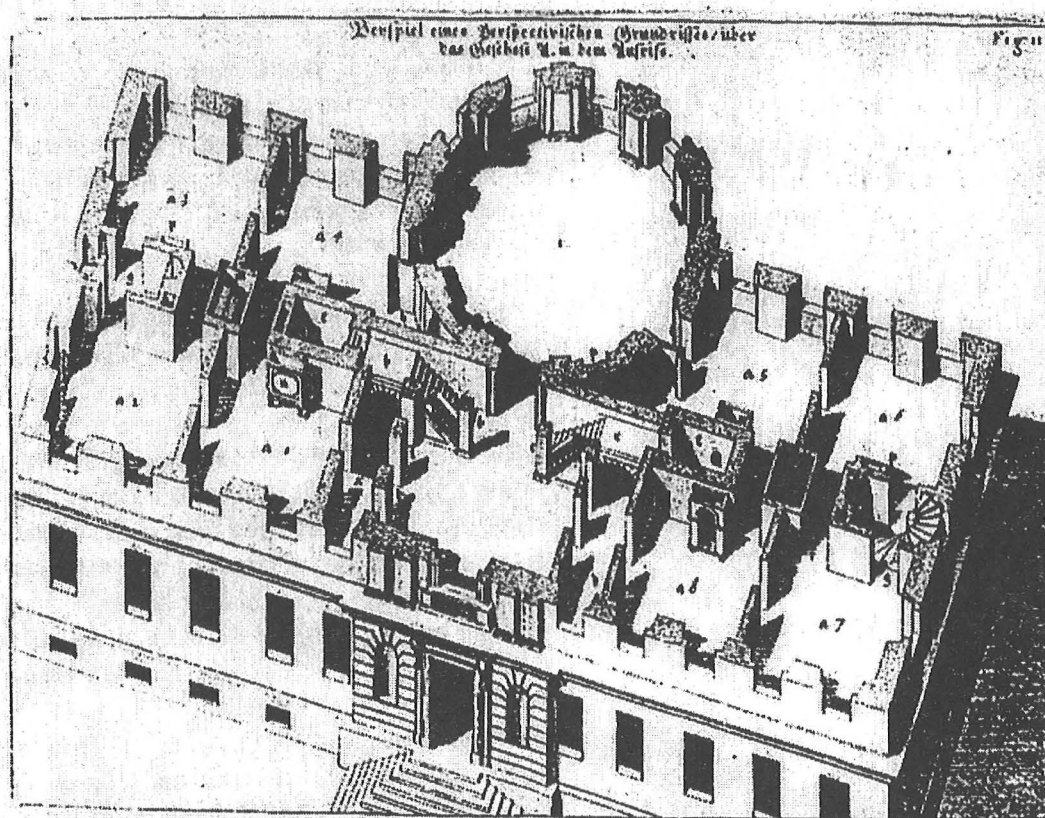
Por esa razón nos debería dejar un poco desconcertados saber que durante siglos ha sido tan poco utilizada por los arquitectos... y tanto por los ingenieros militares y por los cartógrafos.



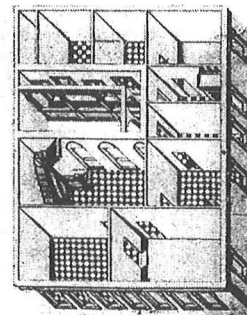
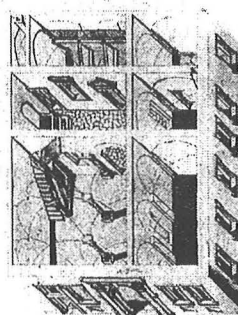
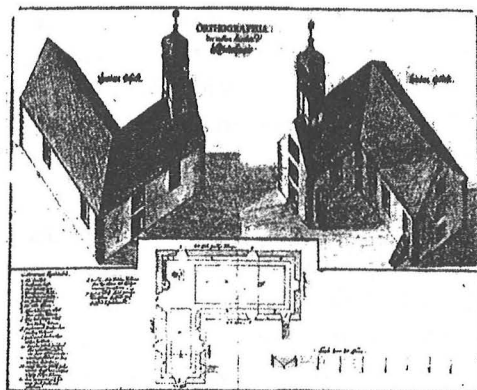
Esto nos lleva a otra reflexión. Tal vez el uso de la axonometría esté lastrado por significados, por connotaciones ideológicas. Un breve repaso histórico nos puede dar algunas de estas claves. Tras él, puede que te sea más fácil captar los valores que en el presente se están asociando a nuevas maneras de dibujar la arquitectura.

Antes del XIX. Antes de finales del XIX, el uso de la axonométrica por los arquitectos es muy escaso -si somos rigurosos, nulo, puesto que, como hemos visto, la idea proyectiva con la que construimos hoy la axonometría no existe-. Se pueden señalar las ocasionales “preaxonometrías” de Leonardo da Vinci, algunas ilustraciones de “Vitruvius” renacentistas como las de Cesariano (dibujo adjunto), o los detalles de códices como el Codex Conner. El arquitecto francés del XVI, Du Cerceau la utilizará abundantemente -pero también con bastante despreocupación por el rigor-. A cambio en el XVII y el XVIII, parece haber una cierta proliferación en el ámbito germánico que está aún por estudiar (y que incluso tenía algún reflejo teórico como vimos en el tratado de Rieger). Podemos citar los dibujos de Ch. Sturm (1699) y Jacob Meyer (1676) (ver lámina). En el ámbito británico encontramos ocasionalmente dibujos de este tipo, como el de Robert Adam. A veces hay dibujos en los que marginalmente aparece, como esta “egipcia” en una lámina dedicada a la plaza de San Pedro (G.B. Bonacina, 1659).

Por el contrario los investigadores de máquinas y los inventores no tuvieron demasiado inconveniente en usar y sacar todo el partido práctico de este dibujo (y es que las disposiciones en el espacio de un detalle constructivo o técnico tradicional no necesitan de una axonometría, ...pero uno nuevo sí). Uno de los ejemplos más atractivos se da sin duda en los estudios de máquinas que propiciara Colbert en la época de Luis XIV y que se prolongó a lo largo del XVIII con las publicaciones de *Arts et Metiers* (y que terminan infiltrándose en la famosa *Encyclopédie*).



L. CH STURM, CIVIL BUILDING, AMSTERDAM 1699



Usos tempranos de la axonometría en arquitectura. La axonometría fue utilizada raramente en arquitectura antes de que en el último tercio del XIX la popularizase A. Choisy. Tal vez sea en el ámbito germánico donde encontremos menos reticencias para su uso como prueban estos dibujos de Ch. Sturm, Ámsterdam 1699 (arriba) o el de la Iglesia en Wintersingen, 1676 (Basel, Jacob Meyer), Hans Bien ; y la casa en Nuremberg (entre 1620-1632?). ¿Cómo se explica que un dibujo más cómodo y rápido de hacer que la perspectiva fuera prácticamente ignorado? Las razones tendrían que ver con la falta de profundidad teórica, su "falsedad" frente a la perspectiva como auténtico sistema de representación hasta su cierre teórico -precisamente a mediados del XIX-.

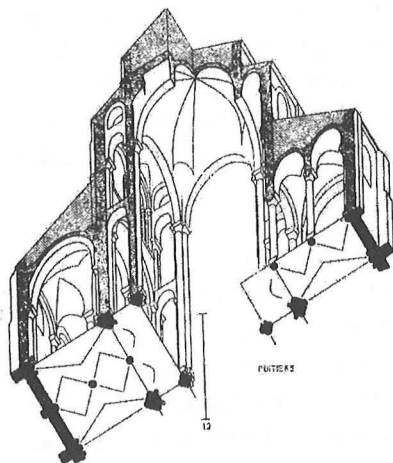


Los manuales de ingenieros militares o cartógrafos le dan desde un primer momento una favorable acogida, como se aprecia en los dibujos de Giorgio Martini (que muy generosamente podemos calificar de axonometrías) y que se prolonga en la manualística francesa (p.e. en el ya citado Deschalles).

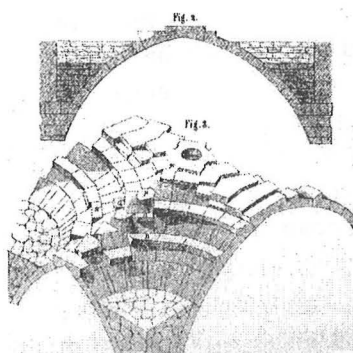
¿Por qué no se interesan los arquitectos por esta perspectiva más fácil de construir? En parte, hay razones de utilidad. Para construir un edificio lo imprescindible es la información plana. La información tridimensional suele ser un sustituto de la maqueta, da una intuición del volumen global, y de las relaciones espaciales, pero no son documentos imprescindibles. En cambio, para los ingenieros militares pueden ser muy útiles. No en vano hay una variante axonométrica que se conoce como “militar”; y muy probablemente la denominación de “caballera” provenga también del ámbito castrense, pues los torreones que se elevaban sobre los bastiones se llamaban “caballeros” y desde los cuales se tenía una visión desde arriba de la fortaleza. El asalto o defensa de una fortaleza puede exigir examinar la situación en tres dimensiones (cotas, trayectorias balísticas, etc.)

Otro motivo adicional para que los arquitectos la dejaran a un lado es la construcción de una rigurosa teoría de sombras a partir de Monge. Los alzados y las secciones podían tratarse de un modo impactante y realista, conciliando rigor métrico e intuición de la forma, lo que indudablemente frenaría la absorción y penetración de la axonometría.

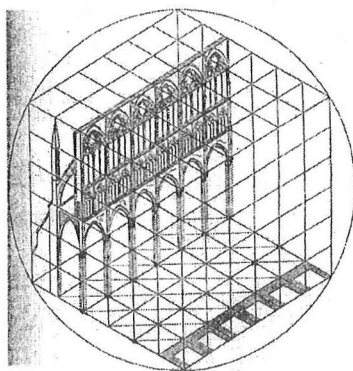
Con todo lo poderosas que las razones de utilidad pueden ser, no lo explican todo. Parece haber también ciertas cortapisas ideológicas. Algunas de las cuales ya hemos mencionado antes, como el prejuicio a favor de la perspectiva como “verdadera proyección”, frente al empirismo casual de la axonometría. Además es una cuestión de prestigio y de estatus: para el dibujante no es lo mismo saber construir una sofisticada perspectiva, que acudir a algo simplificado y que puede “hacer cualquiera”..



El XIX y el efecto Choisy. Es lógico pensar que la “recuperación” de la axonometría por la arquitectura moderna tenga detrás razones no sólo de utilidad sino también ideológicas. El primer gran impacto lo produjeron los estudios de historia de la construcción y de la arquitectura redactados a lo largo del último tercio del XIX por Auguste Choisy, un ingeniero francés -¡no un arquitecto!- que a diferencia, por ejemplo de su mentor y predecesor, Viollet-le-Duc, utilizaba casi exclusivamente la axonometría. Por cierto, éste último solía denominar “caballera” a perspectivas fugadas con el punto de vista muy alto, nueva prueba de la indefinición y ambigüedad de estos términos que todavía usamos.

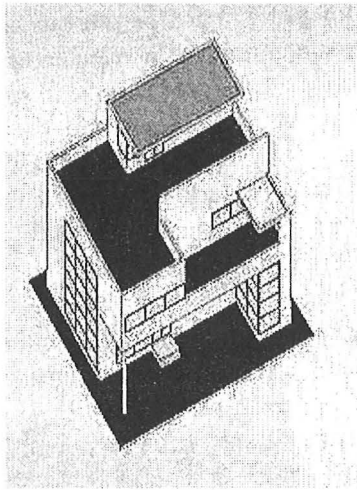


No está claro por qué ese uso casi exclusivo de la axonometría. Sabemos que en su juventud admiró los dibujos de Willis (1835), un estudioso británico de la construcción de bóvedas medievales (dibujo de la izquierda). Un autor que a su vez, nos conecta con la “rama anglosajona” de la perspectiva que como hemos visto se inicia rigurosamente con Farish (1822) y que dio lugar a algunos ejemplos de aplicación arquitectónica, como es el caso de Joseph Jopling, Gwilt (1867) o Garbett (dibujo abajo a la izquierda) antes de que Choisy se aplicara a ello.



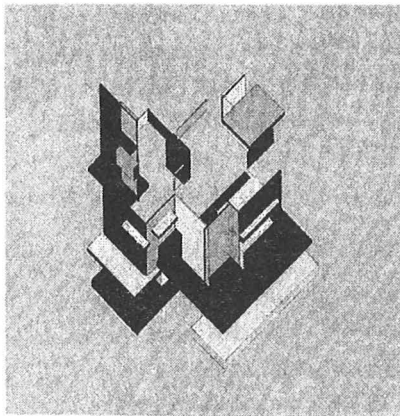
Aun así, más allá de estas motivaciones, quizás la explicación se encuentre en el contexto del espíritu de su época, proclive al positivismo en ciencia y a la eliminación de la subjetividad cuando de recabar información se trata. Esto mismo respira en la escritura reticente, concisa y nada retórica, científica”, de Choisy, hecha de hipótesis racionales, minuciosas observaciones, y con un menor peso de la digresión moral o la opinión.

Tampoco sería ajeno el hecho de que si ahora el prestigio de la axonometría “sube” -ya es, desde el punto de vista teórico, una “verdadera transcripción proyectiva” y objetiva de la realidad-, el crédito de la perspectiva como vehículo que reproduce una auténtica experiencia visual “baja”, está siendo erosionado por las nuevas teorías de la percepción y la aparición de la fotografía que se instala como más fiel y científica que el dibujo.

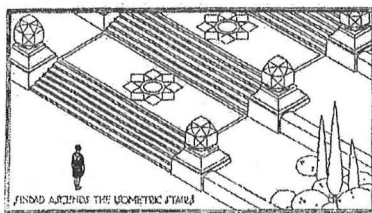


Asistiríamos, pues, a finales del XIX al final de un proceso iniciado en el Renacimiento a una curiosa inversión de los status respectivos de la axonometría y de la perspectiva. Si al principio era la perspectiva la que gozaba del mayor halo de respetabilidad, ahora es la axonometría la que parece responder mejor al espíritu y a los ideales de su época: eliminación de subjetividad y una aproximación impersonal a la naturaleza, la técnica y el arte.

Las vanguardias del XX. Pero Choisy, aunque muy influyente (Le Corbusier recomendaba su lectura y él mismo se dejó influir por sus textos) no era arquitecto en ejercicio. Serán ciertas vanguardias arquitectónicas las que se interesen por la axonometría a principios de la década de los 20 del siglo pasado. Es el caso del grupo holandés De Stijl (en concreto de Theo van Doesburg), Sartoris, (imagen adjunta) Hannes Meyer y arquitectos del entorno del Bauhaus.



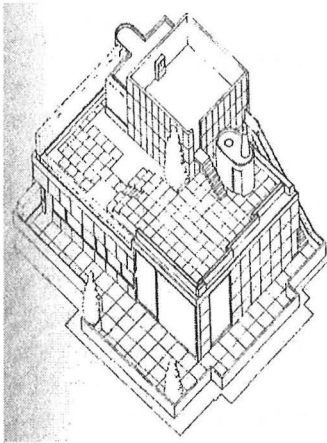
La razón de esta fascinación tuvo en ese momento fuertes razones ideológicas. Van Doesburg la relacionaba con la representación de una nueva arquitectura idealmente liberada de la gravedad que aspiraba a romper la caja mural en todas las direcciones del espacio. Ninguna dirección debería estar privilegiada: altura, profundidad, anchura deberían ser abordadas de manera indistinta, y para ello el mejor sistema de representación era la axonometría. Estas exploraciones estaban, para Van Doesburg, también ligadas a la posibilidad de incluir el tiempo en la experiencia arquitectónica y recrear la cuarta dimensión.



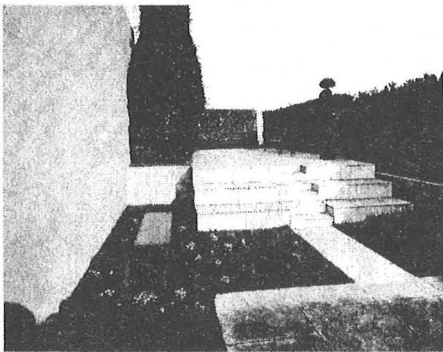
En el otro continente una aproximación parecida impulsaba en los años 20 al arquitecto Claude Bragdon al estudio y aplicación de la isometría, tratando de "capturar" con ella la cuarta dimensión para la arquitectura. Su idea se basaba en la extrapolación de que si las figuras planas se podían entender como la sección de figuras de tres dimensiones, las figuras de tres dimensiones podían considerarse la sección de figuras de cuatro dimensiones.

Se ha señalado la posibilidad de que los arquitectos de este momento no se hubieran sentido tan tentados a usarla si no hubiera sido por experiencias pictóricas previas en axonométrica -y los textos justificativos- de Lissitzky, Malevitch y Moholy-Nagy o el propio Van

Doesburg. Una pintura que nacía con la voluntad de acabar con los “defectos” del espacio perceptivo -el fijismo del espectador, la distorsión de la realidad para un solo punto de vista-, y crear un nuevo espacio pictórico donde el espectador pudiera “estar” en cualquier parte, donde la profundidad representada pudiera ir “hacia delante” o “hacia atrás” del plano pintado de manera indefinida.



Esta forma de entender el barrido perceptivo de un cuadro tiene desde luego su afinidad con la pretensión de la arquitectura moderna de acabar con una arquitectura de plano frontal (fachada) y sustituirla por otra en la que cualquier plano fuese interesante, y donde sólo un recorrido completo permite hacerse una idea cabal del edificio. Por otra parte, hay buenas razones específicamente arquitectónicas. La isotropía del espacio de la axonométrica se adecúa a una arquitectura que quiere “flotar, gravitar” en el espacio, en vez de sugerir que “reposa o arranca desde el suelo.



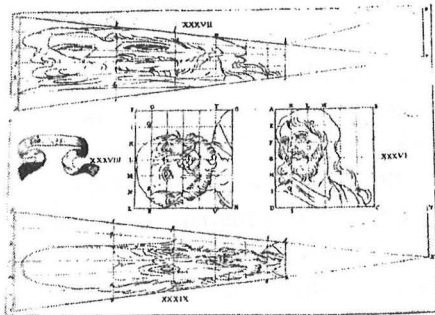
Además su mirada “desde arriba” va a evidenciar la importancia de las cubiertas como un “plano más” de la arquitectura, sobre todo a los ojos de los que siguen las doctrinas de Le Corbusier. Cabe sugerir que dibujo y pensamiento arquitectónico interactuarían: si pienso en terrazas, “necesito” una vista desde arriba, pero también, *como todo dibujo propicia un pensamiento*, la axonométrica mostraría un terreno baldío que antes el arquitecto no percibía como territorio disponible (a la izquierda, dibujo y foto de la cubierta de la casa....de Le Corbusier).

La axonometría, pues, se asocia en la arquitectura moderna con la objetividad y desaparición de un espectador subjetivo, con la mecanización y un espacio isótropo donde ninguna dirección es más importante. Si deseas profundizar en estas cuestiones te recomiendo los artículos de Bois que se mencionan en la bibliografía adjunta.

Aportaciones de finales del siglo XX



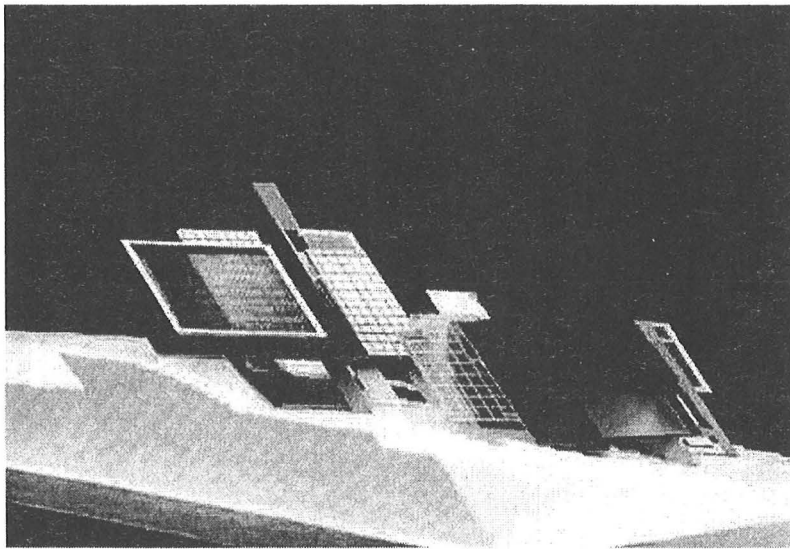
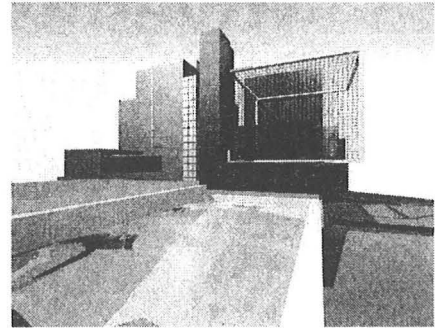
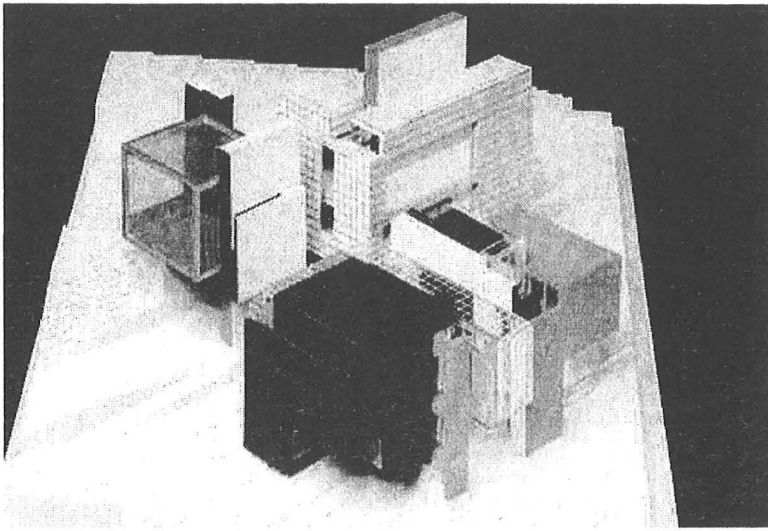
La axonometría será un recurso muy querido para algunos de los más notables arquitectos del XX, como Stirling o Hedjuck, quien utilizará preferentemente la “egipcia”, hasta el punto de que hoy hay quien la denomina “axonométrica de Hedjuck”. En un contexto cultural más reciente y de arquitectos en activo podemos recordar algunos episodios curiosos, como el de la “maqueta anamórfica” de Eisenman para la casa X (1978).



En ese proyecto el edificio reproduce una maqueta que parece estar torcida y a punto de caer... hasta que, enfocada desde un punto muy concreto, lo que vemos es ¡una axonométrica! Es un juego inquietante, ya que en teoría nunca podemos situarnos en el infinito y ver “en axonométrica”. Su maqueta -y su casa, si pudiéramos colocarnos en el aire en el punto preciso- nos ofrecen esta insólita oportunidad, e incluso posiblemente la de sacar la primera foto en axonométrica que se haya realizado nunca. La sorpresa y la reflexión sobre la realidad, la percepción y la representación que nos propone Eisenman nos traen a la mente los juegos anamórficos del barroco, aquellos cuadros en los que una figura sólo adquiriría sentido si era vista desde un escorzo impensado, como la famosa calavera en el cuadro de Holbein. ¿Estamos como entonces ante el síntoma de una crisis de la fe en los modos de representación tradicionales?

Conclusión

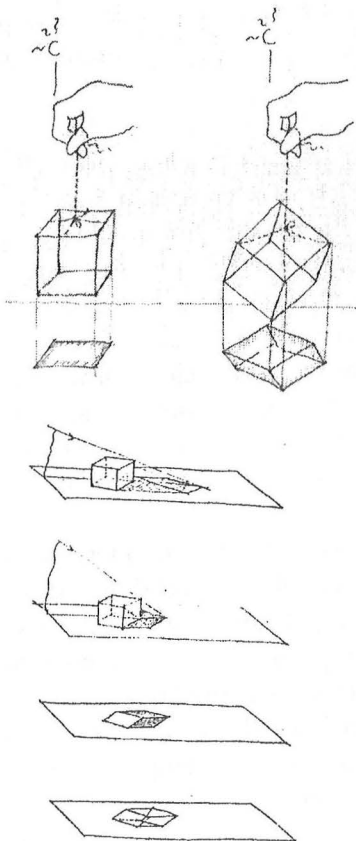
En resumen, la elección de la axonométrica frente a la perspectiva seguramente la harás pragmáticamente, por facilidad y por objetividad. pero puedes ser consciente de sus “connotaciones culturales”, sobre todo en concursos, publicaciones, etc., donde los dibujos además de informar tienen un carácter emblemático.



La axonometría como juego anamórfico. El arquitecto Eisenman presentó el proyecto de su Casa X con una maqueta (foto de abajo) distorsionada de tal manera que pudiera obtenerse una “foto axonométrica” (arriba). Probablemente por primera vez se había logrado que una cámara, simulacro del ojo humano, viese lo que en teoría sólo puede conseguirse situándose en el infinito, contemplar un objeto en axonométrica.



PARTE PRÁCTICA: RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS HABITUALES DESDE LA ANALOGÍA CON LA SOMBRA.

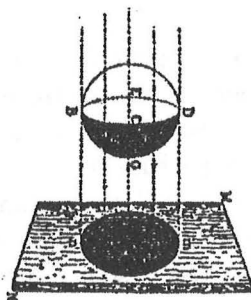
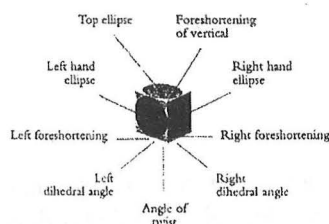
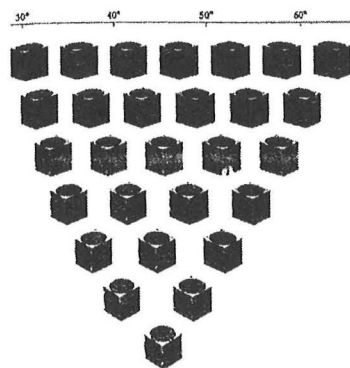


Podemos ahora volver, armados de nuestro particular concepto de proyección, a resolver algunas de las dudas del principio. Las distintas “axonométricas” de un objeto son como las distintas sombras transparentes que proyecta la luz del sol, el dibujo de sus “rayos paralelos” sobre una superficie.

Podemos distinguir dos situaciones. Si el objeto está “flotando” en el espacio y suponemos el sol a las doce del solsticio de verano (rayos perpendiculares al suelo), obtenemos unas “sombras” a las que llamamos “axonométricas ortogonales” (ortogonales precisamente por la dirección de los rayos respecto de la superficie de proyección). Si el sol está en cualquier otra posición, sus rayos son oblicuos y las “sombras” que trazamos las denominaremos “axonométricas oblicuas”.

Axonometría ortogonal, tipos y coeficientes .

La pregunta que inmediatamente surge es: ¿cuántas axonometrías hay? ¿cuándo y cómo se usan los coeficientes de reducción de los que has oído hablar? Si pudieses colocar un cubo en el espacio y proyectar verticalmente su sombra verías que en las axonométricas ortogonales las medidas de las aristas son siempre más pequeñas que en el cubo “real”, salvo en el caso muy particular de que el cubo se coloque en tal posición que



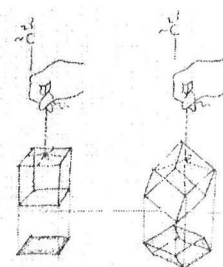
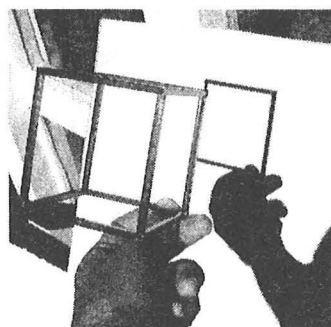
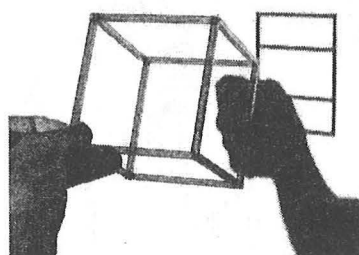
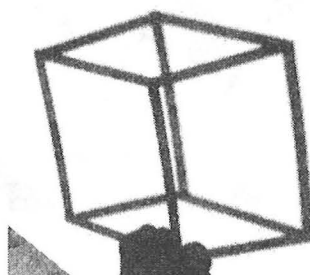
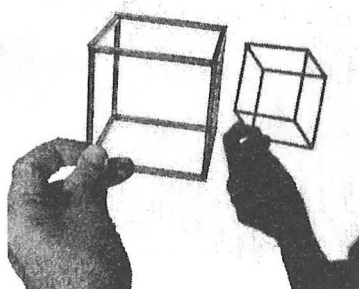
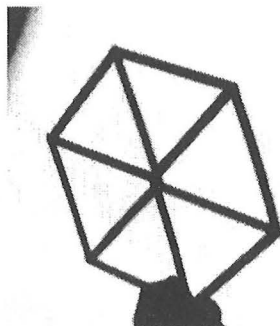
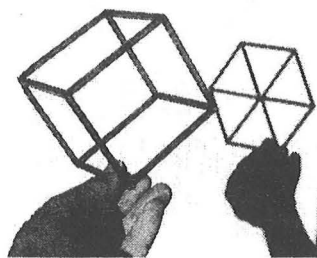
tengamos como “sombra” una planta o un alzado. Su disminución es calculable, a cada posición de un vértice o triedro en el espacio le corresponde una sola “sombra” y el acortamiento de las medidas en cada eje se obtiene geoméricamente. En otros términos, en las axonométricas ortogonales *siempre hay coeficiente de reducción y no es arbitrario*.

Nomenclatura. Clasificando las distintas sombras ortogonales que es posible obtener de un cubo (o de un triedro, como es costumbre en Geometría Descriptiva) podemos tener axonométricas trimétricas, dimétricas o isométricas. En otras palabras, la posición del cubo en el espacio puede generar dibujos en los que los acortamientos en los tres ejes sean desiguales, dos de ellos sean iguales, o en un caso particular y único en el espacio, sean idénticos en los tres ejes.

Situaciones problemáticas. Por razones prácticas, lo usual en arquitectura es utilizar sólo esta última posición (la isométrica) en la que los tres ejes se acortan por igual y en la que el cubo adopta una forma -casi emblemática- de hexágono.

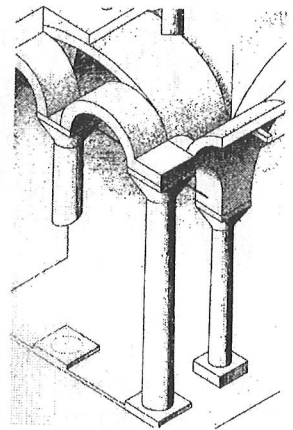
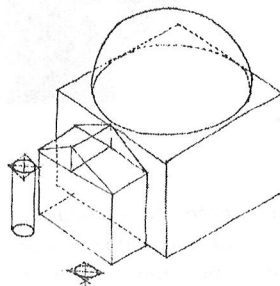
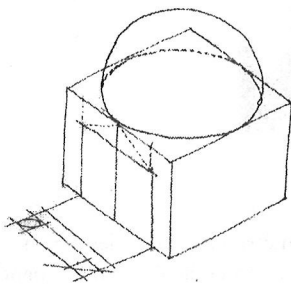
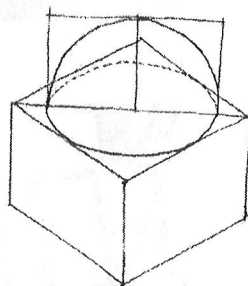
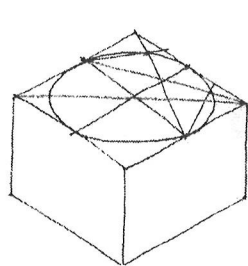
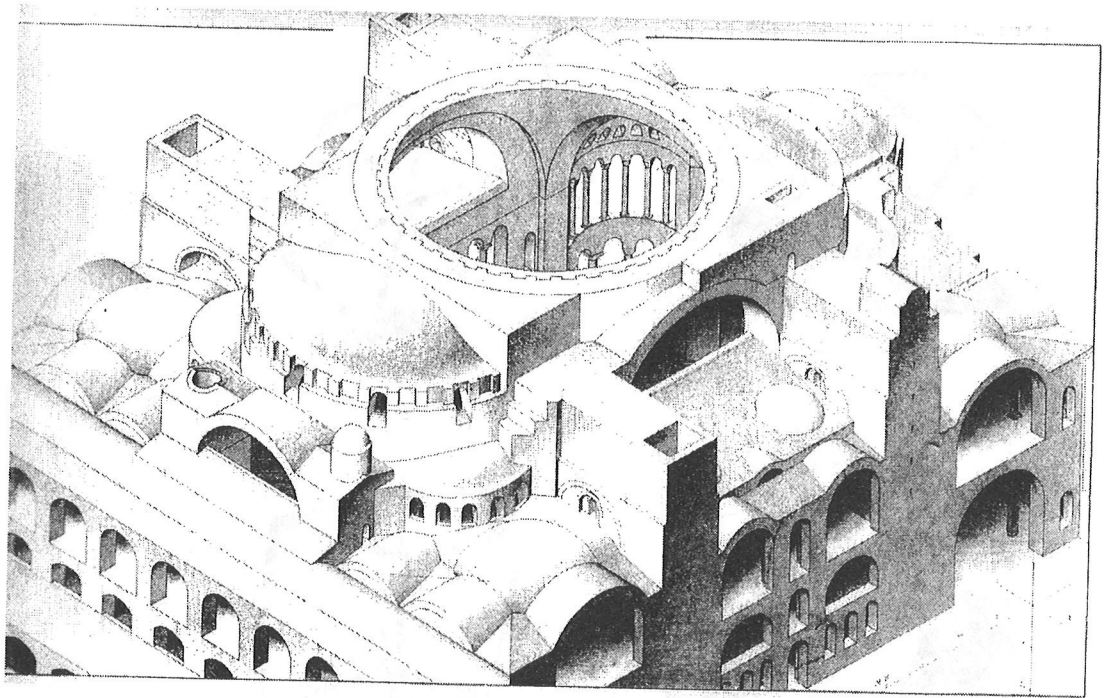
Por lo general, la construcción de paralelepípedos no presenta problemas. Las cosas se complican más con las cubiertas inclinadas. Hay quien dibuja una cubierta de dos aguas tomando medidas iguales para cada faldón en la axonométrica...cubierta que parece a punto de resbalar y caer. Recuerda que lo correcto en axonométrica es *siempre sólo* tomar medidas en los tres ejes, porque las otras direcciones estarán siempre distorsionadas. Por tanto el dibujo correcto es aquel que determina la altura de cumbrera y luego une ésta con la línea de alero.

Las cosas se terminan de complicar cuando tenemos que dibujar arcos, cilindros o cúpulas. Para el dibujo de ésta, ten en cuenta que la sombra de una esfera será aquí un círculo. Esto quiere decir que una semiesfera colocada en el espacio proyecta como “sombra” una semicircunferencia “sobre” una elipse. Por tanto, una cúpula esférica en isométrica tendrá siempre como envolvente una circunferencia.



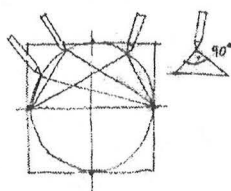
Axonométricas ortogonales. Uso y coeficientes de reducción. Las axonométricas ortogonales son “sombras transparentes” que podemos obtener de un objeto cuando el sol lanza sus rayos perpendicularmente al papel. Un cubo puede adoptar en el espacio infinitas posiciones, y generar infinitas sombras o axonométricas ortogonales. Las medidas de las aristas en las sombras *serán iguales a las del cubo en el espacio sólo en el caso de que la sombra axonométrica adopte el aspecto de un alzado o planta. En todos los demás casos las medidas de las aristas serán menores*, y su medida puede calcularse. De dicho cálculo se obtiene un número -el coeficiente de reducción-.

Se pueden clasificar en función del acortamiento de las aristas. Si los tres ejes se acortan desigualmente (lo que ocurre para muchas posiciones del cubo en el espacio) se denomina *trimétrica*, si hay dos ejes que se acortan igual (menos posiciones del cubo en el espacio), se llama *dimétrica*, y en el caso en que los tres ejes se acorten en la misma proporción (hay una única posición del cubo en el espacio que da esta sombra), *isométrica*.

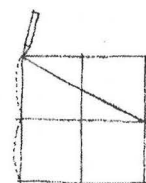


Isométrica. Arriba, ejemplo de dibujo isométrico, Sta. Sofía según Auguste Choisy en *el Arte de construir en Roma*. La isométrica es la ortogonal más usada en arquitectura. Aunque en teoría deberíamos aplicar un coeficiente de reducción idéntico en los tres ejes, esto no se hace, al ser preferible que el dibujo se pueda medir con la misma escala que el resto de los documentos.

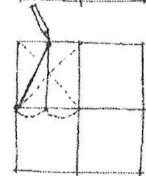
En la isométrica la “sombra ortogonal” de la semiesfera es una semicircunferencia, y la planta de una cúpula una elipse (que puede trazarse con la construcción de la página derecha). Una columna cilíndrica tiene por base una elipse semejante a la anterior. La cubierta inclinada se traza fijando primero el punto de cumbrera, y luego uniendo las líneas que definen los faldones (que deben aparecer desiguales)



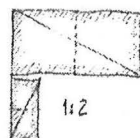
La cúpula apoyará sobre una elipse, que tiene el mismo aspecto en cualquiera de las caras de un prisma en axonometría. La podemos dibujar según el procedimiento gráfico por puntos que aquí te recuerdo.



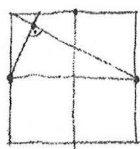
La idea parte de considerar que en una circunferencia la unión de un punto cualquiera con los extremos de un diámetro determina dos líneas que forman entre sí un ángulo de 90 grados.



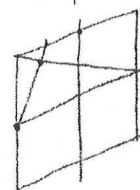
Si ahora tomamos un cuadrado sabemos que la unión de las líneas que ves aquí formarán también 90 grados, lo que puedes deducir por que ambas son diagonales de una figura semejante (un rectángulo de proporción 1:2) y colocadas perpendicularmente. Por tanto, por ese punto ha de pasar una circunferencia que se inscriba en el cuadrado.



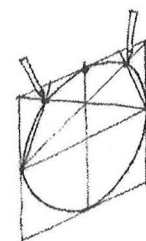
Si ahora deformamos el cuadrado, seguimos sabiendo por dónde pasará la circunferencia deformada (ahora una elipse). Usando reiteradamente el mismo principio, podemos obtener más puntos si es necesario.



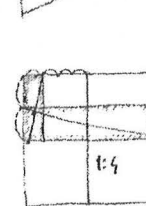
Ahora ya puedes dibujar la base de la cúpula o arcos sobre las caras. Una columna cilíndrica se apoya lógicamente aquí también sobre una elipse.



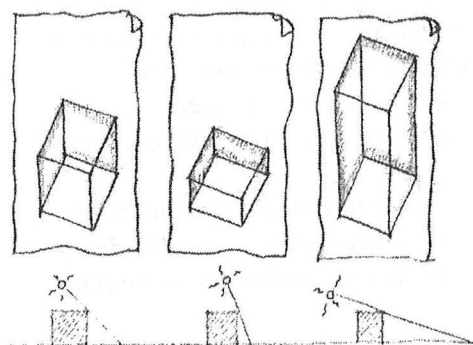
Axonometría oblicua. Concepto y coeficientes



Esta denominación ha causado muchos errores: oblicua no quiere decir que su aspecto sobre el papel sea torcido o sesgado, sino que el proceso de proyección se hace según rayos oblicuos! Sigamos, pues, pensando en términos de sombras.

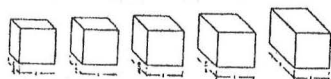


Las sombras oblicuas también pueden clasificarse. Podríamos imaginar (cómo antes) el cubo cambiando de posición libremente en el espacio y el sol inclinado. Pero nos limitaremos a los casos más interesantes. Supongamos que apoyamos el cubo sobre una superficie, y el sol está discurriendo por la bóveda celeste hacia el ocaso. La sombras que se proyectan serán

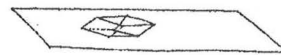
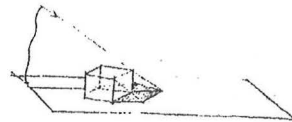
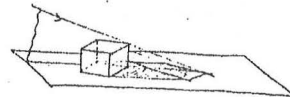
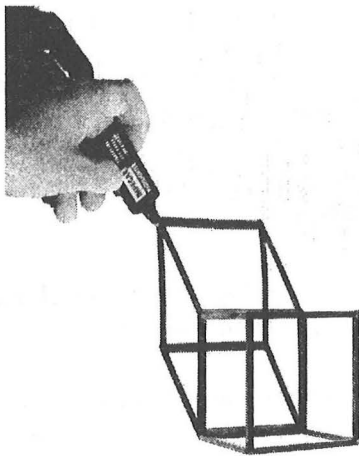
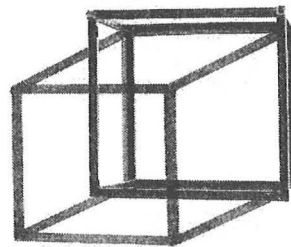
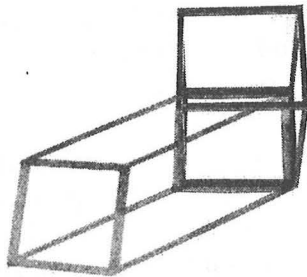
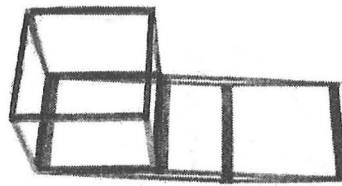
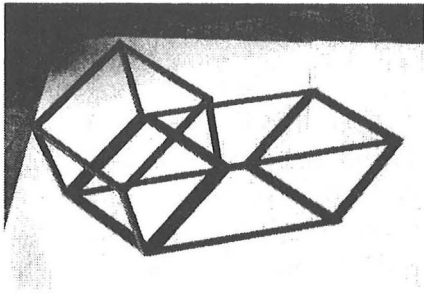


“axonométricas oblicuas” del cubo, apareciendo siempre una cara, la que apoya, en verdadera magnitud y las otras, “proyectadas”. Como vemos, las sombras pueden variar grandemente, según la posición del sol pase de ser casi vertical a muy tendida. En la primera, los lados proyectados se “acortan” (en el caso más corto, volvemos a tener como sombra una “planta o alzado”), y en las últimas se alargan. Quiere decir esto que *en este tipo de axonométrica el coeficiente de reducción es tan arbitrario como elegir una posición del sol*. Podríamos tener como “legítimas” geométicamente visiones axonométricas tan absurdas como ésta (como las gigantescas sombras que proyectamos sobre la playa al atardecer). Por tanto elegiremos las que por su efecto o su utilidad nos convengan más.

Nomenclatura. En el caso de que consideremos que la cara del cubo que apoyamos es una planta, tendremos como sombra lo que se ha llamado perspectiva “militar”. El dibujo resultante conserva la planta, y las alturas se levantan a partir de ella. ¿Cuánto habría que modificar su altura? Podemos elegir una posición del sol que proyecte sus rayos a 45 grados de modo que las medidas no se acorten ni se alarguen. De este modo es posible medir el dibujo sin cambiar de escala en ninguno de los ejes, y a la misma a la que están las plantas, alzados, secciones, etc.



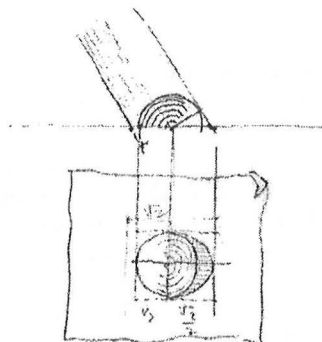
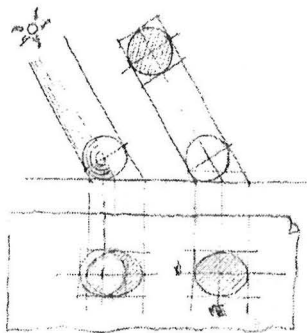
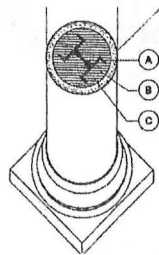
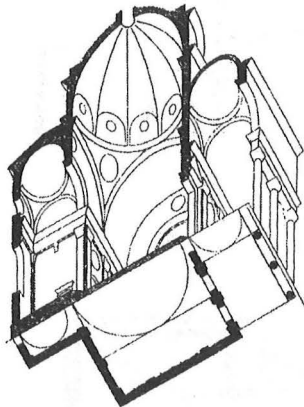
Si lo que apoyamos es una fachada o una sección, la sombra resultante sería una “caballera”. El dibujo parece en este caso nacer desde los planos verticales del edificio, tomando desde ahí las medidas que van hacia al fondo. ¿Cuánto se modifica la medida de la profundidad? Como en el caso anterior, lo cómodo es considerar que los rayos solares tienen una inclinación de 45 grados, y por tanto, no es necesario disminuir ninguna medida. Pero es muy corriente reducir la profundidad *en un porcentaje que es en realidad arbitrario o a sentimiento*. La razón es puramente óptica, y es que en este dibujo tenemos la sensación de que las cosas se estiran más de lo normal.



Axonométricas oblicuas. Uso y coeficientes de reducción. Esta axonometría la podemos entender como la sombra transparente que podemos dibujar de un objeto cuando, apoyado sobre una superficie, recibe oblicuamente los rayos del sol.

En esta caso, según la inclinación del sol, podemos obtener sombra acortadas o alargadas, o en otros términos, las aristas de la "sombra axonométrica" pueden medir menos, lo mismo, o incluso más que en el cubo real (como ocurre con nuestra propia sombra al atardecer). En la práctica el coeficiente de reducción (¡o ampliación!) es arbitrario: dado un valor cualquiera, siempre puede haber una posición del sol que determine el acortamiento elegido.

Por tanto aquí elegiremos la situación más cómoda y útil. En la militar (en el dibujo partimos de una planta girada) podemos imaginar que el sol forma 45° y que las medidas de aristas se conservan (no hay coeficiente de reducción).



Situaciones problemáticas. Los problemas que hemos visto para la isometría se repiten de nuevo. Sobre la cuestión de las cubiertas inclinadas no es preciso insistir, ya que sirve el mismo procedimiento que vimos allí.

En cuanto a los arcos, lunetos, etc. hay que recordar que siempre hay un plano que no se deforma y en el que las circunferencias siguen apareciendo como tales, mientras que los otros sí se modifican y dan lugar a elipses (éstas se trazan como ya hemos visto).

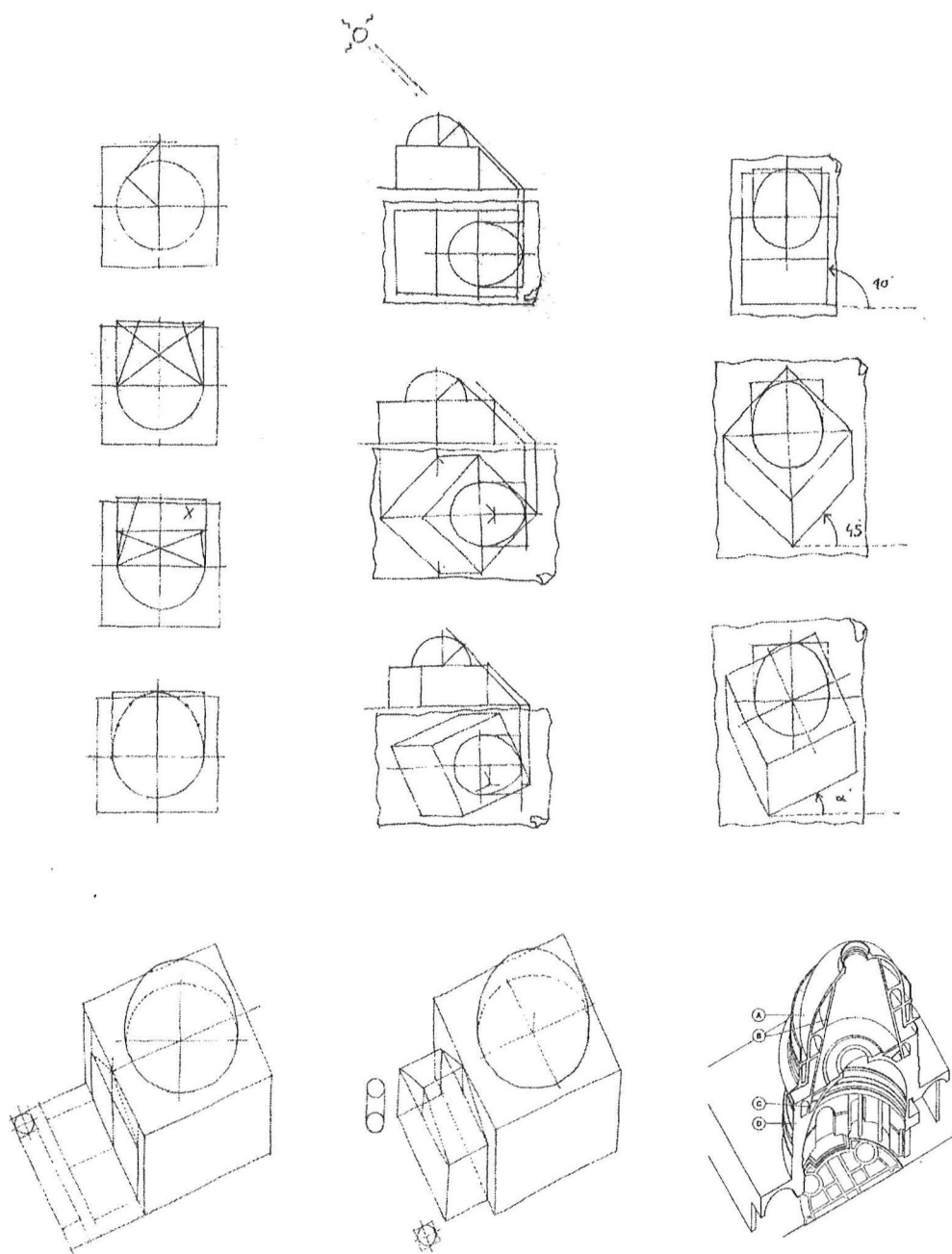
Así, por ejemplo, en el caso de la axonometría militar todas las circunferencias que estén en planta (o planos paralelos a ella) no se alteran. Por esta razón, una columna cilíndrica tiene como planta y remate una circunferencia, que suele chocar mucho a los que las dibujan por primera vez. Un error muy común es seguir lo que nos dicta la intuición y dibujarlas sobre planta elíptica.

En cuanto a las cúpulas esféricas, lo que nos indica ahora la sombra de la esfera es que su envolvente será una elipse. Media esfera dibuja en el suelo una sombra compuesta de un círculo y media elipse tangente a uno de sus diámetros.

Observa ahora algo que puede ayudarte en el dibujo de la cúpula *en cualquier axonométrica militar*.

Si apoyamos un cubo sobre un plano y lo vamos girando bajo un sol cuyos rayos forman 45 grados, obtenemos como sombras todas las militares que nos pueden interesar (aquéllas en las que los dos lados se ven por igual, o en las que domina más una cara que otra, e incluso egipcias). La sombra de la cúpula permanece inmutable en cada giro, aunque la cúpula rota proyecta la misma sombra elíptica y su planta sigue siendo una circunferencia. La media elipse mantiene siempre su eje mayor en la dirección de las trazas sobre el suelo de los rayos solares, o lo que es lo mismo, en el dibujo, el eje mayor será paralelo a las verticales.

Las secciones de la cúpula serán, por supuesto, elipses que puedes trazar por el procedimiento ya conocido.



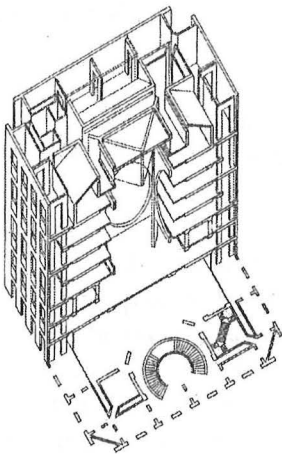
La cúpula en la axonométrica militar. La militar es una “sombra transparente” que se obtiene cuando el sol lanza rayos que forman 45° .

En este supuesto la “sombra transparente” de la semiesfera o cúpula no se altera, es siempre la misma semi-elipse, aunque la base o cuerpo de edificio sobre la que se apoya gire respecto del eje vertical con el fin de obtener las distintas axonométricas militares o “sombras transparentes”: “egipcia” -en la que la planta en el papel forma un ángulo de 90° -, militar -en la que la planta en el papel forma 45° -, o militar -con otros ángulos diferentes-.

A la izquierda, la construcción de los puntos por donde ha de pasar la elipse “sombra” de la cúpula, en el centro las “sombras” distintas que se obtiene girando el edificio respecto del eje vertical, a la derecha, las axonométricas generadas: egipcia, a 45° y ángulo cualquiera.

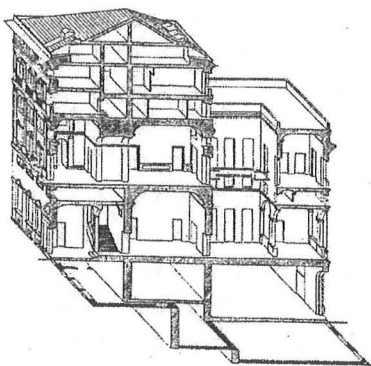
CRITERIOS PARA LA ELECCIÓN DE UNA AXONOMETRÍA

Supongamos que ya te has decidido a hacer una axonometría. Lo siguiente es elegir cuál hacer, y para eso vamos a revisar los pros y los contras de las más útiles.



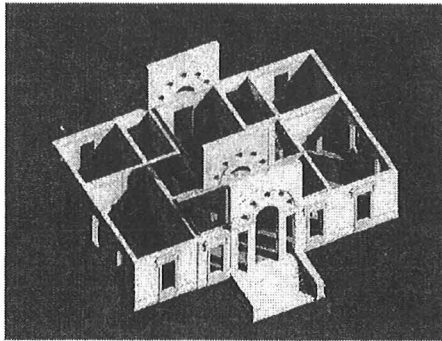
La militar o caballera de planta
La de alzado
Isométrica
Desde abajo
La egipcia (y el alzado oblicuo)

La militar o caballera de planta ha sido y es muy frecuente. Es fácil de construir sin deformar las medidas en planta, datos que a menudo no queremos perder en la información volumétrica. La “pega” que tiene es que da gran importancia a las cubiertas respecto de las fachadas, lo que puede ser un inconveniente según el tipo de arquitectura que se dibuja. *Lo normal es que no apliquemos ningún coeficiente de reducción.*



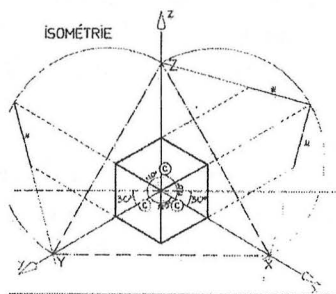
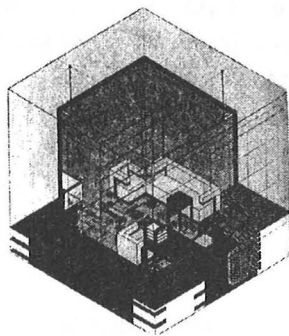
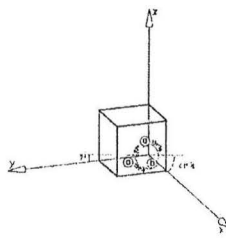
La caballera de alzado tiene justamente las propiedades contrarias. Es más incómoda de hacer (tenemos que distorsionar la planta), pero a cambio “baja el punto” de vista y da mayor importancia a las fachadas (especialmente a una de ellas). *Habitualmente se aplica un coeficiente de reducción a la medida “en profundidad” para evitar el efecto de alargamiento que suele producirse.* Éste, como ya hemos razonado, es aquí arbitrario. Esto contribuye a que sea un dibujo menos “práctico” a la hora de construirlo a mano y leer sus medidas, pues necesitamos “dos reglas” de medir. Por todo ello, es más infrecuente.

La isométrica (y las otras ortogonales, dimétricas y trimétricas). Entramos en otro grupo de proyecciones en las que el coeficiente de reducción, como ya sabemos, viene obligado por la posición del objeto en el espacio antes de proyectarlo, y es determinado por el cálculo.



Las construcciones dimétricas y trimétricas se han venido utilizando en el dibujo mecánico y de piezas hasta hoy, a algo lógico dentro de las inercias de la historia. Este tipo de axonométricas que nacieron en Inglaterra para facilitar el diseño industrial se ha consolidado en ingeniería. Sin embargo en arquitectura no ha sido así, aunque el dibujo por ordenador —como se aprecia en el dibujo dimétrico de la izquierda— puede hacer que su uso rebrote.

Es fácil comprender por qué no compensa construir dibujos con distorsiones para todos los documentos planos, y medidos con varias escalas, ninguna coincidente con la de los documentos de partida. La única variante que realmente ha tenido fortuna es la isométrica.



Es un tipo de dibujo que da la misma importancia a todas las caras, y puede dar, en teoría, una visión equilibrada de la arquitectura (aunque para los acostumbrados a la caballera de planta siempre nos parece un poco “aplastada” y demasiado “neutral”). Tiene la dificultad de construcción de que todos los planos deben *deformarse* y *no podemos valernos de una planta o de una fachada directamente*. En teoría, además, habría que aplicar un coeficiente de reducción (0,8...) una complicación para elaborar el dibujo y para medirlo (no podemos decir que esté a la misma escala que los documentos planos). Pero como el dibujo resultante disminuye por igual en cada eje, es como si se encogiera. Los arquitectos han sido aquí más pragmáticos que los geómetras y han sacrificado el rigor conceptual en aras de la simplicidad: las medidas se toman sin coeficiente de reducción.

La egipcia es un caso particular de caballera de planta, que se presenta cuando el giro que damos a la planta antes de subir las alturas es de 90° . Es la más difícil de leer y construir porque nos falta una de las caras. Por su peculiaridad y dificultad, nos ocuparemos más en detalle en el siguiente epígrafe.

La axonométrica de planta desde abajo no tiene, desde el punto de vista de la teoría proyectiva, ninguna dificultad. Sin embargo, resulta difícil de percibir para el que la construye, por lo que también la retomaremos abajo.

La axonométrica y la percepción. Problemas que afectan a la construcción del dibujo

Vamos a tratar algunos problemas peculiares de la axonometría desde un punto de vista perceptivo.

La teoría del dibujo nos habla de proyecciones que parecen hacerse instantáneamente, se da la “luz” y se “proyecta la sombra”. No existe una dificultad psicológica en el trazado.

El problema real es que el dibujo “se construye” en el tiempo, y esto provoca en el caso de la axonométrica algunos problemas característicos que se asocian con la dificultad de “ver como tridimensional” el dibujo que hacemos. Éstas se presentan, sobre todo, en la “egipcia” y en la axonométrica desde abajo.

¿Por qué nos pasa esto? Para encontrar en parte la respuesta deberíamos volver sobre una peculiaridad de la axonométrica. En el caso de la perspectiva se supone que hay un buen grado de afinidad entre lo dibujado y lo que vemos (aunque ya discutiremos esto en otro cuaderno docente), pero aquí es una proyección que “se ve desde el infinito”. ¿Cómo es posible que nosotros, que nunca podemos ponernos en el infinito, reconozcamos esa visión?

La respuesta parece estar en la manera en que nuestra mente procesa las imágenes que recibe. Ante una imagen (sea en perspectiva o en axonométrica) lanza distintas hipótesis sobre su “construcción” y elige la más probable. Según como se utilicen determinadas claves, el dibujo se entiende como una representación plana o como una tridimensional. Cuando hace sus supuestos la mente busca siempre la hipótesis más simple que de sentido al dibujo.

Esto se ha experimentado con las reacciones de un espectador ante estos dos dibujos. Ambos podrían ser perfectamente la representación de un cubo. Pero en el primero tendemos a ver un hexágono dividido en seis partes iguales -porque verlo como un plano hecho de triángulos idénticos es más simple que leerlo como un volumen de varias caras superpuestas-, mientras que el segundo lo interpretamos como un volumen, porque

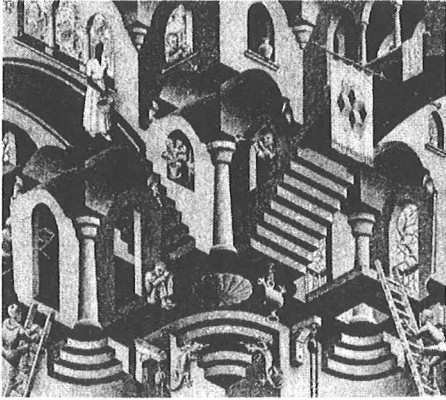
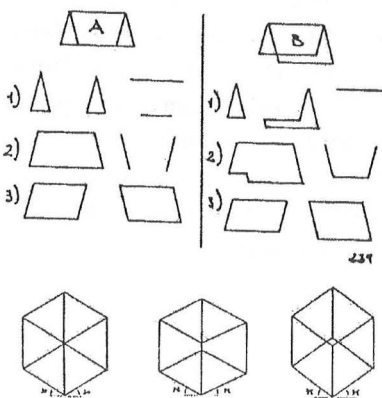
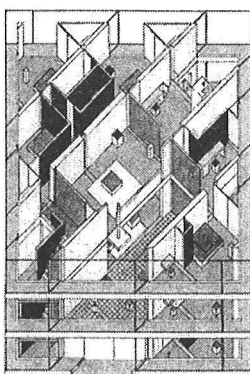
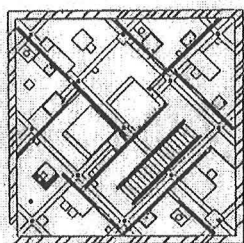
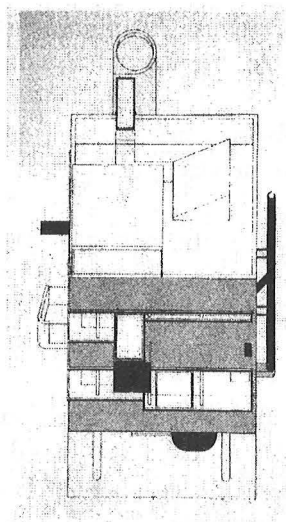


Fig. 1. Un dibujo en axonométrica desde abajo. El espectador ve el dibujo como un plano.

Fig. 2. Un dibujo en axonométrica desde abajo. El espectador ve el dibujo como un volumen.



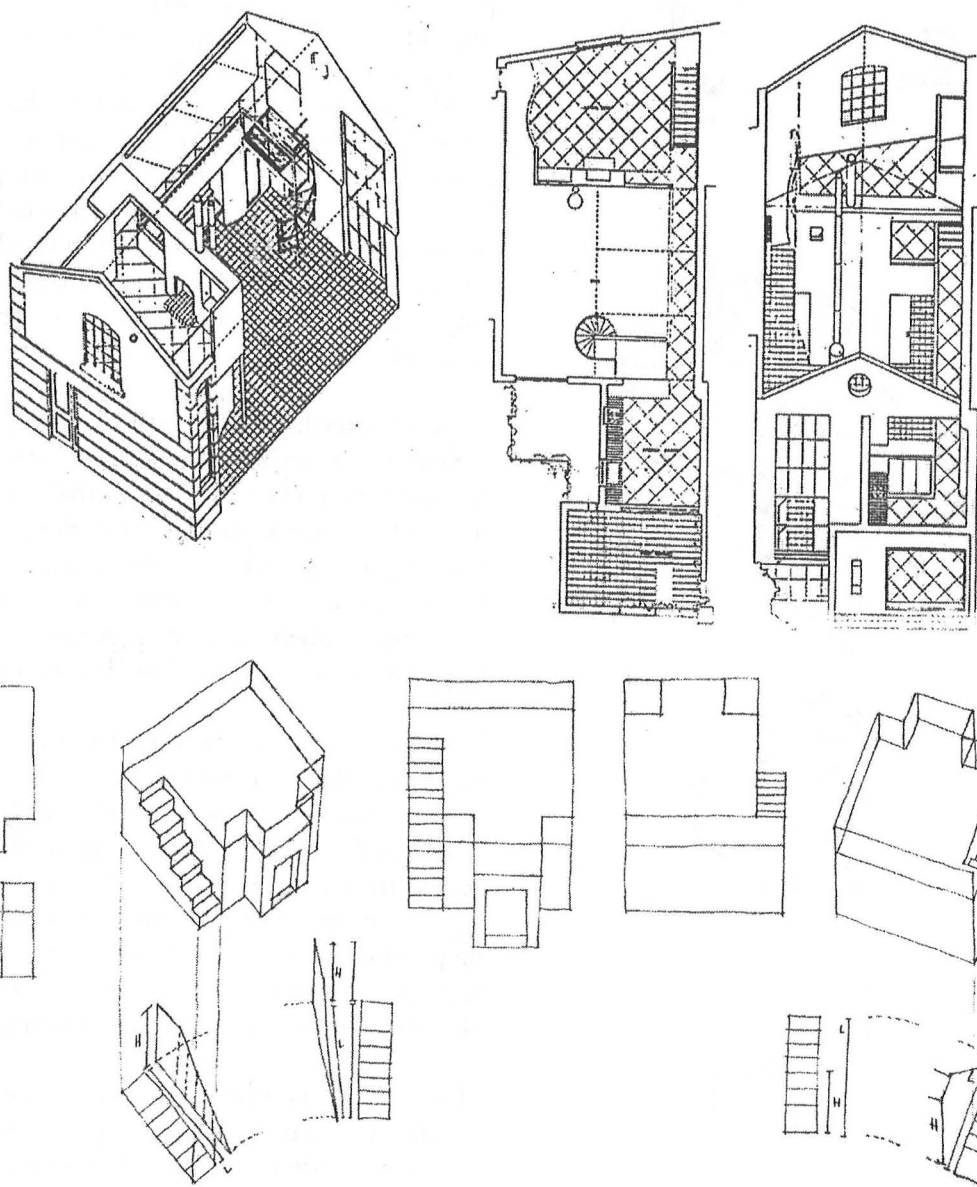


aquí la idea de un “puzzle” de piezas planas distintas “exige” más esfuerzo, es una idea más complicada (en este efecto confiaban sin saberlo, no en la idea de perspectiva ni proyección todos los dibujantes de “preaxonométricas”). Sea como fuere, a veces es inevitable que el dibujo que estamos construyendo “se nos aplane”.

Un caso particular: la egipcia. La egipcia es desde luego una opción rara, tan “poco explicativa” que podríamos pensar en descartarla. Sin embargo, hay arquitectos que, como Hejduk la eligen sin miedo. A veces entre los arquitectos modernos se busca aprovechar con fines estéticos, precisamente, esa fuerte abstracción y ambigüedad espacial. Su tendencia a aplanarse hace que la representación del edificio, especialmente si se asocian ciertos colores a los distintos paramentos, tenga algo entre una pintura vagamente cubista y una composición al estilo de Mondrian.

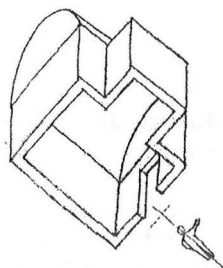
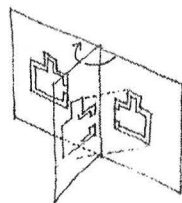
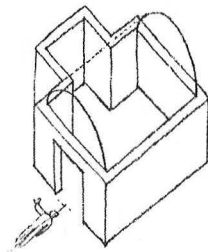
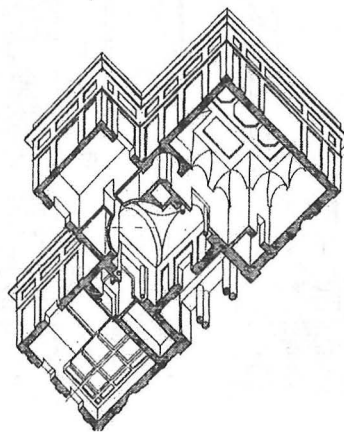
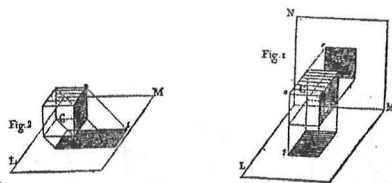
Si crees que por que no quieres ser tan sofisticado te puedes librar de aprender a hacerla, no cantes victoria. Se dan casos en los que aunque no queramos, es casi imposible eludirla. Cuando dibujamos un edificio de planta panóptica o un conjunto de edificios con muy diversas orientaciones, hay partes que espontáneamente se nos pueden presentar en “egipcia”. ¡Y no sirve que digamos que esa parte no la vamos a dibujar porque no sabemos!! Observa por ejemplo lo que ocurre con el edificio de la izquierda, los tabiques están en axonométrica de 45° mientras los paramentos exteriores están en egipcia.

¿Cómo dibujarla?. Los ejemplos que se han puesto podrían servirte de guía. Como ves no es una “axonometría aparte”, es simplemente una axonometría oblicua como el resto del dibujo, sólo que la planta está dispuesta de tal manera que perdemos un plano. Pero el proceso de construcción es el mismo. Levantas alturas y luego unes los puntos más elevados. Cuando tengas dudas quizás te sirva de ayuda ir haciendo un croquis al lado del mismo proceso pero con la planta girada. (o quizás líneas de colores que distingan las tres direcciones del espacio y su solape en la egipcia).



La axonométrica “egipcia”. Es una “militar” que se dibuja partiendo de una planta girada 90° . A todos los efectos se construye igual que aquellas cuya planta forma otro ángulo. El problema es que desaparece uno de los planos y es más difícil de ver como un dibujo tridimensional.

Esto plantea algunas dificultades típicas, como el dibujo de escaleras. Cuando la egipcia presenta la escalera de frente, la longitud y la altura se suman en una misma línea y aparece muy estirada, mostrando pisos y tabicas en verdadera magnitud. Cuando la escalera se ve de espaldas, se acorta mucho, ya que la altura se “resta” sobre la misma línea en la que medimos la longitud, y sólo veremos pisos solapándose.



Es importante subrayar que estamos dibujando una proyección tridimensional en la que una dirección de planos queda oculta —o si lo prefieres, una sombra de un objeto puesto de modo que el sol pase rasante por ciertas caras— pero *no estamos pegando alzados o trozos de alzados a una planta*. Este error es muy frecuente al principio. Tienes que esforzarte en no entender tu construcción como un “collage” de planos, sino de líneas que van determinando el dibujo del mismo modo que en cualquier otra axonométrica. Puede que a veces los resultados de hacerlos correctamente sean sorprendentes y extraños. Esto ocurre especialmente en el caso de las escaleras o con algunos juegos de terrazas.

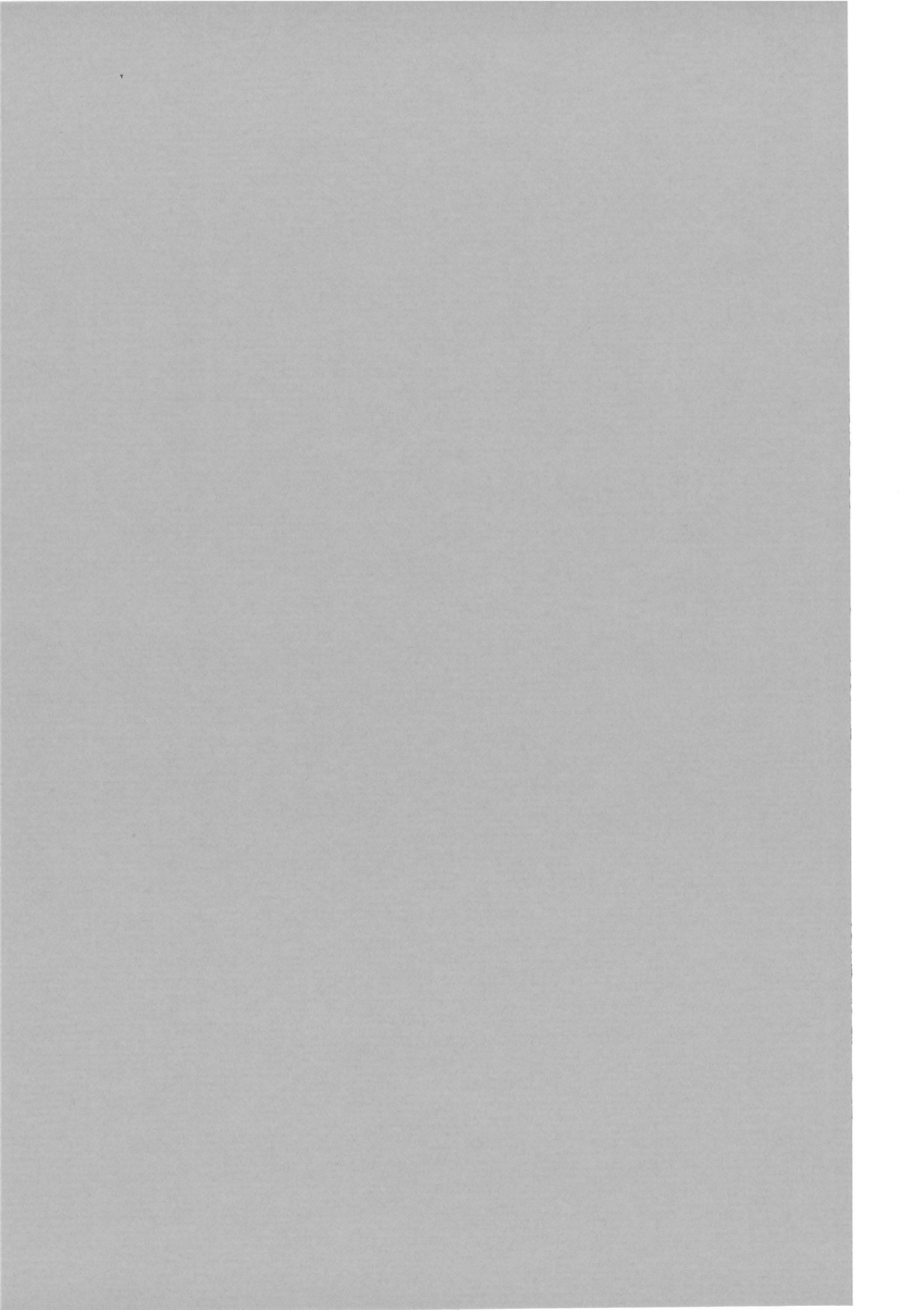
La axonometría desde abajo. Cualquiera de las variantes axonométricas que hemos visto puede plantearse como una vista desde abajo. Esta forma de dibujar fue primero puesta en práctica por Choisy y fue imitada por arquitectos del movimiento moderno como Sartoris, pasando en la actualidad a convertirse en una forma relativamente frecuente de exponer los espacios interiores de edificios con bóvedas, cúpulas, etc.

En sus primeras publicaciones Choisy la utilizó, con una cierta atmósfera pintoresca, para explicar fragmentos constructivos. El uso que hizo más tarde, en su célebre *Histoire de l'Architecture*, tiene un matiz diferente: como aquí se trataba de relacionar la forma constructiva y el espacio con la planta, ésta suele aparecer como si fuera un papel opaco adosado al dibujo —que a veces orada o recorta—. Esto ha sido menos imitado, lo habitual es ver el edificio desde abajo sin “impedimentos” de este tipo.

Desde el punto de vista práctico hay una advertencia que hacer: la planta de partida debe girarse especularmente (lo que se puede hacer dando la vuelta al papel) para que se mantenga las relaciones de izquierda y derecha en el edificio representado.

NOTAS

NOTAS



CUADERNO

196.01

CATÁLOGO Y PEDIDOS EN

<http://www.aq.upm.es/of/jherrera>
info@mairea-libros.com

84-9728-172-1

